

# 多変量分散分析の心理学研究への応用について

## ——理論と実践の両面からの検討——

### Application of Multivariate Analysis of Variance to psychological studies

#### —— Discussion on both theoretical and practical points of view ——

菅 千 索

Sensaku SUGA

(心理学教室)

2009年9月25日受理

#### はじめに

「多変量」と明示されない通常の分散分析においては、従属変数（目的変数または測定値ともいう）はかならず単独（1変量）である。一方、独立変数（説明変数または要因、因子ともいう）は単独であっても複数であってもよい。このように従属変数の数はつねに一定であるが、独立変数の数は特に制限がないため、一般には独立変数の数を基準にして1要因分散分析あるいは2要因分散分析、3要因分散分析などと区別されている。以下、本論で単に「分散分析」と表記した場合は、この1変量（単変量）分散分析を指すものとする。また、2変量以上のときは多変量（ $p$ 変量）とよんで1変量（単変量）と区別する。

心理学研究においては、測定される変数の数が複数となる多変量データを扱うことが少なくない。古典的な例になるが、知能研究は1因子説から出発したものの、次第に2因子説から多因子説へと展開していった。特性論にもとづく性格研究においても、複数の下位尺度によって構成されている検査法が使われることが多い。また、情緒的意味の測定法としてオズグッドらのセマンティック・ディファレンシャル（SD法）では、活動性、力量性、評価性と名付けられた3次元が論じられてきた。もう少し身近な例として、学校教育における学力について考えてみると、その実態は教科ごとの成績の積み重ねに他ならないから、多変量的な取り扱いが不可欠である。それならば国語科だけに注目すれば1変量かといえば、決してそうではない。義務教育における教育評価での観点別学習状況によれば、国語科の学力は「読む」「書く」「話す・聞く」「知識・理解・技能」「関心・意欲・態度」から成るとされているのである。

このような複数の変数群が分散分析の従属変数となるような場合、分散分析では変数の数だけ分析を繰り返して主効果の検定を行わなければならないが、それを1度の分析だけで済ませてしまおうというのが多変量分散分析である。その具体的な検討は次節で行うことにして、ここでは分散分析を変数ごとに反復して行う方法と、多変量分散分析により一括して行う方法の

違いについて最初に比較検討しておく。その際の仮想例として、上位概念である「学力」の構成要素を主要5教科「英語、国語、数学、理科、社会」とみなし、その男女差を比較するという問題を採り上げる。もっともシンプルな1要因2水準の実験計画であるが、5科目の合計点ではなく教科ごとの得点を従属変数とする場合について考えてみたい。

分析方法の違いに起因する主な相違点は、研究の背景にある理念に関するものと、数理統計学上の理論に関するものに分類されるが、まず前者からみていく。

『「学力」に男女差はあるのか?』という問いかけに対して、多変量分散分析を行えば『主効果は有意であった（または有意でなかった）』と答えることができる。しかしながら、教科ごとで具体的にどうかについては、事後の下位検定を待たねば何もいえない。それに対して分散分析を繰り返した結果からは『○○では主効果は有意であったが、△△ではなかった』など教科ごとでしか答えられない。1教科でも差が認められれば男女差はあったといえる一方で、「学力」を5教科の総体として捉えようとしているならば、1教科だけで差があったことで十分なのかという疑問が残る。多変量分散分析は全体を総括的に把握しようとするときに有益であるが、全体の中身を個別的に議論するためには、更なる事後分析が必要になるのである。

つぎに、数理統計学の理論上の問題というのは、独立変数は変わらないという条件下で、従属変数だけを順番に変更して分散分析を反復した場合の危険率に関するものである。検定回数が増えると、帰無仮説が棄却できないのかかわらず、それを棄却して対立仮説を採択してしまう第1種の過誤を犯す確率が高くなるのは当然である。その対策として危険率を予め低く設定しておくという考え方ができなくもない。たとえば、ここでの例では教科ごとに分散分析を5回行うことになるから、5%の5分の1である1%にするといった要領である。しかし、従属変数の相互間で相関が高いときには、帰無仮説が棄却できるのに棄却しないという第2種の過誤を犯す可能性が増大してしまう。極端

ではあるが従属変数間の相関係数がすべて1.0ならば、5回の分散分析は同一の結果になるが、そこで得られた帰無仮説下での生起確率が3%だったとすれば、修正後の危険率に届かないという理由で有意な主効果を見逃してしまうことになる。それに対して多変量分散分析では、従属変数の数が幾ら多くても1つの要因の主効果に関する検定は1度しか行わないのである。従属変数が複数であるときに、多変量分散分析の利用が推奨されるとすれば、先ほどの総括的な議論が可能であるという点に加えて、この危険率について心配不要である点だといえる。

**多変量分散分析の理論**

1変量のとき母平均の差の有意性検定は、2群ならばスチューデント (Student) のt分布による検定、3群以上であれば分散分析が用いられる。これと同様に多変量で2群ならばt分布の拡張であるホテリング (Hotelling) の $T^2$ 統計量による検定、3群以上ならば多変量分散分析が使用される。1変量のときと同様、2群のときはホテリングによる方法と多変量分散分析の結果は一致することが知られているため、ここでは $T^2$ 統計量については触れないでおく。

さて、多変量分散分析は分散分析の素直な拡張だと考えられる。被験者間1要因計画でみると、1変量のときの線形模型は、

$$x_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$$

であるが、これがp変量になれば

$$\begin{cases} x_{1ij} = \mu_1 + \alpha_{1i} + \varepsilon_{1ij} \\ x_{2ij} = \mu_2 + \alpha_{2i} + \varepsilon_{2ij} \\ \vdots \\ x_{pij} = \mu_p + \alpha_{pi} + \varepsilon_{pij} \end{cases}$$

と表される。これをp次元ベクトルで書き換えると、

$$\mathbf{x}_{ij} = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\alpha}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$$

となる。ここで

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{ij} &= (x_{1ij}, x_{2ij}, \dots, x_{pij})' \\ \boldsymbol{\mu} &= (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)' \\ \boldsymbol{\alpha}_i &= (\alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \dots, \alpha_{pi})' \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} &= (\varepsilon_{1ij}, \varepsilon_{2ij}, \dots, \varepsilon_{pij})' \end{aligned}$$

である。1変量の時はスカラであったものが、p変量になるとp次元ベクトルで置き換えられているだけなのである。

つぎに、このようにベクトル化された線形模型に基

づく平方和の分解について考えてみる。そこで1変量あたりのデータ総数をm、水準数をa、各水準内のデータ数を $n_i$ とすれば、変量ごとの全体の平均と水準iの平均は、それぞれ

$$\bar{\mathbf{x}}_{..} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} \mathbf{x}_{ij}, \quad \bar{\mathbf{x}}_{i\cdot} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \mathbf{x}_{ij}$$

である。1変量のとき平方和はスカラであって、

$$SS_T = SS_A + SS_E$$

と分解されるが、p変量になると平方和積和行列を用いて、

$$\mathbf{S}_T = \mathbf{S}_A + \mathbf{S}_E$$

と分解される。ここで

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_T &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_{..}) (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_{..})' \\ \mathbf{S}_A &= \sum_{i=1}^a n_i (\bar{\mathbf{x}}_{i\cdot} - \bar{\mathbf{x}}_{..}) (\bar{\mathbf{x}}_{i\cdot} - \bar{\mathbf{x}}_{..})' \\ \mathbf{S}_E &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_{i\cdot}) (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_{i\cdot})' \end{aligned}$$

である。自由度も

$$df_T = m - 1, \quad df_A = a - 1, \quad df_E = m - a$$

となり、

$$df_T = df_A + df_E$$

が成立する。各種の検定統計量は、

$$\mathbf{S}_E^{-1} \mathbf{S}_A$$

の固有値から求められるが、そこまでは立ち入らないでおく。

1変量の分散分析では、誤差は正規分布に従い、その分散は等しいことが仮定されている。同様に、多変量分散分析ではp変量正規分布に従い、その分散共分散が等しいことが仮定されている。検定のための帰無仮説は、

$$\boldsymbol{\alpha}_1 = \boldsymbol{\alpha}_2 = \dots = \boldsymbol{\alpha}_a$$

であり、これは『母平均ベクトルはすべて等しい』という意味である。なお、この項の執筆に当たっては田中・垂水・脇本 (1990)、君山 (2006)、石村 (2002) を参照したことを明記しておく。

**分析データの概要**

[被験者]：音楽系大学を卒業して演奏活動を行っているか、あるいは音楽教育 (音楽系大学または教員養

成系大学音楽科の非常勤講師以上)に携わっている音楽の専門家30名。その半数15名を楽譜と台本の両方が与えられるT群に、残りの15名を台本だけしか与えられないN群にそれぞれ割り当てた。

[刺激]: ワーグナーの楽劇『ニューベルンクの指輪』より第2夜「ワルキューレ」の第1幕第1場を素材として、特徴が異なると判断された9カ所からそれぞれ数小節ずつを選択した(M1~M9)。いずれも声楽を伴わないオーケストラ演奏の部分であったが、被験者への負担を考慮してスコア(総譜)ではなくピアノ用編曲版の楽譜を使用した。N群にはこの楽譜だけが与えられたが、T群には楽譜に加えて第1幕第1場全体のト書きと歌詞を含む台本も与えられた。その台本には提示した楽譜に対応するト書きの部分が明示されていた。本論での分析に使用した楽譜を図1に、また台本の対応部分の抜粋(印刷紙面の都合でT群の被験者

に提示したものと体裁は異なる)を図2に示す。

[評定尺度]: 先行研究や楽曲解説書などを参考にし、使用した音楽素材との関連が深いと判断された12の情緒表現語によって5段階評定尺度を作成した(表1)。

[実験計画]: オリジナルは被験者間1要因(台本の有無:T群-N群)、被験者内1要因(音楽の違い:M1~M9)であったが、本論の分析例では比較のためにM4とM7を選択して個別に分析したため被験者間1要因(2水準)計画となっている。なお、従属変数の数は、素点であれば12、主成分分析後であれば本論の分析例では2となっている。

なお、ここで分析対象とされたデータの詳細については菅(2009)を参照されたい。



図1 使用したピアノ譜(上段:M4、下段:M7)

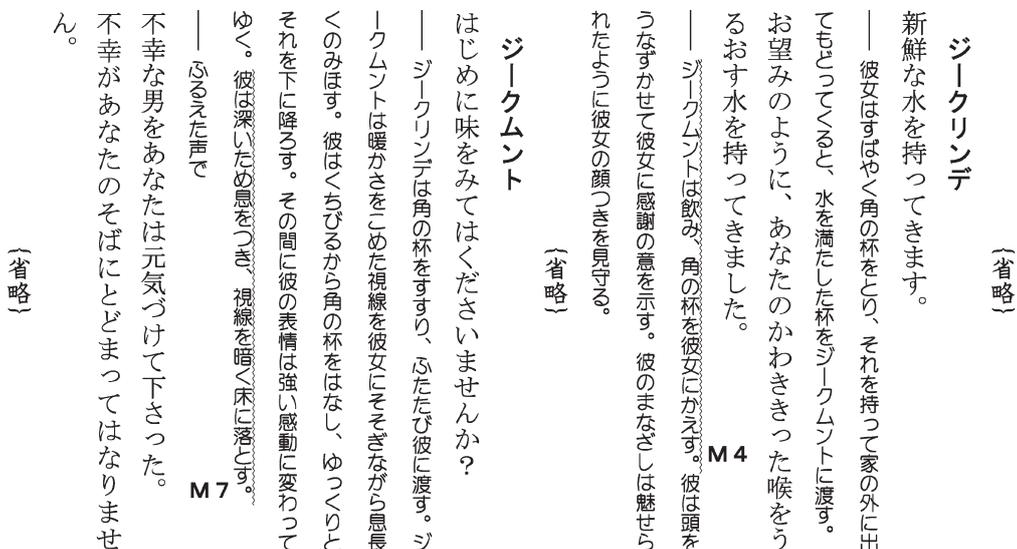


図2 T群のみに与えられた台本の抜粋(波傍線は楽曲との対応を示す)

表1 情緒的表現の評定尺度

		非 常 に 強 い	か な り 強 い	中 ぐ ら い	少 し	な い
AFC-1	苦悩	+	+	+	+	+
		5	4	3	2	1
AFC-2	安息	+	+	+	+	+
		5	4	3	2	1
AFC-3	焦燥	+	+	+	+	+
		5	4	3	2	1
AFC-4	情熱	+	+	+	+	+
		5	4	3	2	1
AFC-5	恐怖	+	+	+	+	+
		5	4	3	2	1
AFC-6	愛	+	+	+	+	+
		5	4	3	2	1
AFC-7	悲嘆	+	+	+	+	+
		5	4	3	2	1
AFC-8	歓喜	+	+	+	+	+
		5	4	3	2	1
AFC-9	不安	+	+	+	+	+
		5	4	3	2	1
AFC-10	憧憬	+	+	+	+	+
		5	4	3	2	1
AFC-11	動揺	+	+	+	+	+
		5	4	3	2	1
AFC-12	同情	+	+	+	+	+
		5	4	3	2	1

素点による分析結果

これ以降で報告するすべての分析結果はSPSS Ver.17によるものであるが、最初に素点による多変量検定の結果を表2 (M4)と表3 (M7)に示す。SPSSからは観測検定力の異なる4つの検定統計量(表4参照)が出力されているが、M4ではいずれも有意であり、M7についてはすべて有意でなかった。その結果、12ある従属変数の全体として『M4では台本の有無の主効果は有意であった』および『M7では台本の主効果は有意でなかった』といえる。なお、SPSSが出力する多変量検定のための4つの統計量については、その優劣はまだ明らかになっていない。逆に言えば、明らかになっていないため、複数並記されているのである。また、SPSSの古いバージョン(たとえばVer.10)では各検定統計量の「観測検定力」が出力されていたが、現在(Ver.17)はなくなっている。

多変量検定によって従属変数全体としての主効果が認められたならば、つぎに従属変数ごとについて検討する必要がある場合も少なくない。これは3水準以上からなる要因で主効果が有意なとき、どの水準間で平均値に有意な差があるかを調べる多重比較とよく似た状況だといえる。SPSSでは「被験者間効果の検定」ということで、従属変数ごとの分散分析の結果も出力される。M4では多変量検定の結果が有意であったため

問題はないが(表5)、有意でなかったM7については事後の比較はやるべきでないと一般にいられている。しかし、ここでは分析法の検討ということで参考のために示しておくことにする(表6)。なお、ここでの「被験者効果の検定(1変量検定)」が、通常行われている分散分析とまったく同じであるという点には注意しておく必要がある。

多変量検定で全体としての主効果が有意であったM4については、1変量検定(分散分析)ではAFC-4(情熱)、AFC-6(愛)、AFC-10(憧憬)、AFC-12(同情)では主効果が有意でなかった。一方、多変量検定で有意でなかったM7は1変量検定でもすべて有意でなかった。これらの結果からは、複数の従属変数について全体的あるいは総括的に捉えようとするときには、第1種の過誤について気にしなくてもよい多変量分散分析は、それなりに有効な方法だと考えられる。それに対して、最終的には個々の従属変数について議論する必要があるとき、下位検定とはいいながらも、通常とまったく同一の分散分析が行われていることを考えると、最初に多変量検定をやっておく必要が本当にあ

表2 素点による多変量検定 (M4)

統計量	値	F 値	自由度	確率
Pillaiのトレース	0.863	8.887	12/27	0.000
Wilksのラムダ	0.137	8.887	12/27	0.000
Hotellingのトレース	6.273	8.887	12/27	0.000
Royの最大根	6.273	8.887	12/27	0.000

表3 素点による多変量検定 (M7)

統計量	値	F 値	自由度	確率
Pillaiのトレース	0.354	0.775	12/27	0.668
Wilksのラムダ	0.646	0.775	12/27	0.668
Hotellingのトレース	0.547	0.775	12/27	0.668
Royの最大根	0.547	0.775	12/27	0.668

表4 各検定統計量の公式

H: 仮説平方和積和行列

E: 誤差平方和積和行列

E<sup>-1</sup>Hの固有値:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \dots \geq \lambda_s$$

$$\text{Pillai's trace: } V = \sum_{i=1}^s \frac{\lambda_i}{1 + \lambda_i}$$

$$\text{Wilks' lamda: } \Lambda = \prod_{i=1}^s \frac{\lambda_i}{1 + \lambda_i}$$

$$\text{Hotelling's trace: } U = \sum_{i=1}^s \lambda_i$$

$$\text{Roy's largest root: } \Theta = \lambda_{\max}$$

石村(2002)のp.182による。

ののかについては、やはり疑問が残るところである。

**成分得点による分析結果**

本論で分析対象として採り上げたのは評定尺度法であるが、これと同様のデータ収集法としてはセマンティック・ディファレンシャルや質問紙法によるものなどがある。それらに共通するのは、個々の尺度そのものではなく、尺度間の相関関係から導かれる潜在的な変量（因子あるいは成分とよばれている）について議論されている点である。そこで本研究でも主成分分析を行い、直交バリマックス回転後の成分得点を求め、それらを従属変数とする多変量分散分析を行った。なお、本論では因子分析ではなく主成分分析を行っているため、表現の正確さを優先して「主成分（回転前）」および「成分（回転後）」とよんでいる。

[主成分分析] **M4** について主成分分析を行ったところ、回転前の固有値（寄与率：累積寄与率）は降順で 5.02（41.9%：41.9%）、2.54（21.1%：63.0%）、

1.11（9.3%：72.3%）、0.90（7.5%：79.8%）、0.52（4.3%：84.1%）、0.50（4.1%：88.2%）…以下省略…であった。ここでは素点による分析と対比させることが目的であるため、多変量分散分析に最低必要である上位2つの主成分を抽出し、それをもとに直交バリマックス回転を行った(表7)。なお、回転前の段階ですでに単純構造であったため、回転の前後の解にほとんど差はみられなかった。まず成分-1では「悲嘆(.89)」「苦悩(.86)」「不安(.81)」「動揺(.80)」「恐怖(.74)」「焦燥(.73)」の順で負荷が高く『悲嘆』成分と解釈された。つぎに成分-2では「憧憬(.86)」「愛(.82)」「情熱(.73)」「歓喜(.64)」の順で負荷が高く『憧憬』成分と解釈された。

続いて**M7** について主成分分析を行ったところ、回転前の固有値（寄与率：累積寄与率）は降順で 3.97（33.1%：33.1%）、2.20（18.3%：51.4%）、1.49（12.4%：63.8%）、1.16（9.7%：73.5%）、0.79（6.6%：80.1%）、0.64（5.3%：85.4%）…以下

**表5 素点の被験者間効果の下位検定 (M4)**

従属変数	変動因	SS	df	MS	F	p
AFC-1	級間	14.70	1	14.70	18.16	0.000
	級内	22.67	28	0.81		
	全体	37.37	29			
AFC-2	級間	24.30	1	24.30	45.16	0.000
	級内	15.07	28	0.54		
	全体	39.37	29			
AFC-3	級間	10.80	1	10.80	14.35	0.001
	級内	21.07	28	0.75		
	全体	31.87	29			
AFC-4	級間	1.20	1	1.20	0.97	0.333
	級内	34.67	28	1.24		
	全体	35.87	29			
AFC-5	級間	5.63	1	5.63	12.45	0.001
	級内	12.67	28	0.45		
	全体	18.30	29			
AFC-6	級間	0.30	1	0.30	0.22	0.641
	級内	37.87	28	1.35		
	全体	38.17	29			
AFC-7	級間	16.13	1	16.13	28.71	0.000
	級内	15.73	28	0.56		
	全体	31.87	29			
AFC-8	級間	10.80	1	10.80	10.40	0.003
	級内	29.07	28	1.04		
	全体	39.87	29			
AFC-9	級間	6.53	1	6.53	7.42	0.011
	級内	24.67	28	0.88		
	全体	31.20	29			
AFC-10	級間	2.70	1	2.70	1.98	0.171
	級内	38.27	28	1.37		
	全体	40.97	29			
AFC-11	級間	4.80	1	4.80	9.16	0.005
	級内	14.67	28	0.52		
	全体	19.47	29			
AFC-12	級間	1.63	1	1.63	2.77	0.107
	級内	16.53	28	0.59		
	全体	18.17	29			

**表6 素点の被験者間効果の下位検定 (M7)**

従属変数	変動因	SS	df	MS	F	p
AFC-1	級間	0.53	1	0.53	0.38	0.543
	級内	39.33	28	1.41		
	全体	39.87	29			
AFC-2	級間	1.20	1	1.20	1.84	0.186
	級内	18.27	28	0.65		
	全体	19.47	29			
AFC-3	級間	0.30	1	0.30	0.19	0.668
	級内	44.67	28	1.60		
	全体	44.97	29			
AFC-4	級間	1.63	1	1.63	1.25	0.274
	級内	36.67	28	1.31		
	全体	38.30	29			
AFC-5	級間	0.83	1	0.83	0.68	0.415
	級内	34.13	28	1.22		
	全体	34.97	29			
AFC-6	級間	4.03	1	4.03	2.55	0.121
	級内	44.27	28	1.58		
	全体	48.30	29			
AFC-7	級間	0.83	1	0.83	0.59	0.448
	級内	39.47	28	1.41		
	全体	40.30	29			
AFC-8	級間	0.53	1	0.53	0.45	0.510
	級内	33.47	28	1.20		
	全体	34.00	29			
AFC-9	級間	0.03	1	0.03	0.03	0.859
	級内	28.93	28	1.03		
	全体	28.97	29			
AFC-10	級間	4.80	1	4.80	2.20	0.149
	級内	61.07	28	2.18		
	全体	65.87	29			
AFC-11	級間	0.30	1	0.30	0.22	0.646
	級内	39.07	28	1.40		
	全体	39.37	29			
AFC-12	級間	0.30	1	0.30	0.25	0.622
	級内	33.87	28	1.21		
	全体	34.17	29			

省略…であった。ここではM4と比べて因子数がやや多くなる傾向にあったが、M4で述べたのと同じ理由により、上位2つの主成分を抽出し、それをもとに直交バリマックス回転を行った(表8)。まず成分-1では「苦悩(.88)」「悲嘆(.81)」「恐怖(.75)」「不安(.67)」「動揺(.54)」の順で負荷が高く『苦悩』成分と解釈された。つぎに成分-2では「愛(.87)」「憧憬(.84)」「情熱(.74)」「歓喜(.50)」の順で負荷が高く『愛』成分と解釈された。ここでのM4とM7の結果を比べてみると、成分数の傾向、および負荷量のパターンに多少の違いはみられるが、上位2つの成分に関してはほぼ同等であると判断してもよいであろう。

[多変量分散分析] 2つの成分を従属変数、台本の有無を独立変数とする1要因2水準の多変量分散分析を

表7 回転後の成分負荷量 (M4)

尺度	成分1	成分2	共通性
苦悩	0.86	0.04	0.745
安息	-0.63	0.35	0.524
焦燥	0.73	0.09	0.535
情熱	0.32	0.73	0.629
恐怖	0.74	-0.06	0.557
愛	0.08	0.82	0.674
悲嘆	0.89	0.00	0.787
歓喜	-0.50	0.64	0.661
不安	0.81	0.20	0.691
憧憬	0.03	0.86	0.739
動揺	0.80	0.11	0.649
同情	0.60	0.08	0.370
寄与	5.018	2.543	7.562
寄与%	41.8	21.2	63.0
相対%	66.4	33.6	100.0

表8 回転後の成分負荷量 (M7)

尺度	成分1	成分2	共通性
苦悩	0.88	-0.08	0.781
安息	0.09	0.26	0.078
焦燥	0.47	0.34	0.340
情熱	0.17	0.74	0.572
恐怖	0.75	0.08	0.562
愛	0.12	0.87	0.765
悲嘆	0.81	-0.03	0.662
歓喜	-0.06	0.50	0.251
不安	0.67	0.12	0.458
憧憬	-0.06	0.84	0.716
動揺	0.54	0.48	0.520
同情	0.49	0.48	0.466
寄与	3.243	2.927	6.170
寄与%	27.0	24.4	51.4
相対%	52.6	47.4	100.0

行ったところ、多変量検定の結果はM4ではすべての統計量において主効果は有意であった(表9)。したがって2つの従属変数の全体について『M4では台本の有無の主効果は有意であった』といえる。この結果を受けて下位検定として成分ごとに1変量検定(分散分析)を行ったが、成分-1でのみ主効果は有意であった(表11)。M4の素点による下位検定によれば、AFC-4(情熱)、AFC-6(愛)、AFC-10(憧憬)、AFC-12(同情)では主効果が有意でなかったが、これらは成分-2を構成する主要な尺度である(表7参照)。

一方、M7については多変量検定でのすべての統計量で主効果は有意でなかったため(表10)、2つの従属変数の全体について『M7では台本の主効果は有意でなかった』ことになる。多変量検定の結果が有意でなかったため、本来ならばここで分析を終わるべきであるが、分析法の検討という目的で行った1変量検定においても、両成分とも主効果は有意でなかった(表12)。

表9 成分得点による多変量検定 (M4)

統計量	値	F値	自由度	確率
Pillaiのトレース	0.637	23.71	2/27	0.000
Wilksのラムダ	0.363	23.71	2/27	0.000
Hotellingのトレース	1.756	23.71	2/27	0.000
Royの最大根	1.756	23.71	2/27	0.000

表10 成分得点による多変量検定 (M7)

統計量	値	F値	自由度	確率
Pillaiのトレース	0.045	0.638	2/27	0.536
Wilksのラムダ	0.955	0.638	2/27	0.536
Hotellingのトレース	0.047	0.638	2/27	0.536
Royの最大根	0.047	0.638	2/27	0.536

表11 成分得点の被験者間効果の下位検定 (M4)

従属変数	変動因	SS	df	MS	F	p
成分-1	級間	16.53	1	16.53	37.12	0.000
	級内	12.47	28	0.45		
	全体	29.00	29			
成分-2	級間	1.95	1	1.95	2.02	0.167
	級内	27.05	28	0.97		
	全体	29.00	29			

表12 成分得点の被験者間効果の下位検定 (M7)

従属変数	変動因	SS	df	MS	F	p
成分-1	級間	0.00	1	0.00	0.00	0.974
	級内	29.00	28	1.04		
	全体	29.00	29			
成分-2	級間	1.31	1	1.31	1.32	0.260
	級内	27.69	28	0.99		
	全体	29.00	29			

## 考 察

ここまでの理論的検討ならびに分析事例を踏まえて、分析対象となる1組のデータのなかに複数の従属変数が並存するとき、多変量分散分析を利用することの意義と問題点について考えてみたい。

研究目的と照らし合わせて、個々の従属変数について言及する必要があるときは、通常の分散分析を繰り返すよりも、多変量分散分析により一括して処理する方がよい。なぜならば、分析結果の記述が簡潔になって明快な考察が導きやすいし、1度しか検定を行わないため第1の過誤への配慮がまったく必要ないためである。それに対して通常の分散分析を反復した場合、多変量検定の下位検定としての1変量検定は、通常の分散分析とまったく同じであるから、たとえばM4で素点を用いたときは表5と同等の分析結果が最初に示されることになる。すべての従属変数で主効果が有意である、あるいは有意でない場合はよいが、本分析例のように両者が混在するときは、研究目的からは必要がないはずの個々の従属変数への言及が避けられないのである。また、第1種の過誤に対する心配は、従属変数の数が増えるにつれて増大していくことはいまでもない。

従属変数を全体として総括的に捉えることが研究目的でないか、あるいは構成概念的に意味を持たないときは、当然ながら多変量分散分析を行う必要は特にないが、統計的仮説検定を何度も繰り返し行うことへの一般的な注意は必要である。一方、総括的にも個別的にも議論したいという場面や、個別的な議論をしたいのだが、その前提として総括的にも確認しておきたいという場面も存在するであろう。前者では多変量検定と事後の下位検定としての単変量検定を行わねばならないが、後者では本当に事前の多変量検定が必要かという問題は残る。逆にいえば、このことは多変量分散分析に続けて行う分析として通常の分散分析が適切であるかという問題でもある。このことの判断は本論で扱うことができる範囲を超えているため、ここでは問題提起だけにとどめておきたい。

従属変数が複数であるとき、分散分析を反復的に行うことは、それが多変量分散分析の事後であるかは関係なく、第1種の過誤を犯す確率が増大することに対して注意が必要であることは、すでに述べた通りである。この問題に対する現実的な対応策の1つとして、本論では主成分分析（因子分析でもよい）によって従

属変数の数を減らす方法を提案した。一般論として2つの従属変数がある場合、分散分析の結果に関しては、変数間が無相関( $r=0.0$ )ならば関連性はまったくないが、相関が大きくなるにつれて同じような結果になっていき、完全な相関( $|r|=1.0$ )ならば確実に一致する。したがって、主成分分析や因子分析などにより相互に相関が高い変数をひとまとめにすることで、従属変数の数を減らすというのは合理的な方略であると考えられる。本論の素点と成分得点の分析例を比較してみると、素点による分析結果と同等あるいはそれ以上のものが成分得点から得られており、表現の明晰さ、および誤りを犯す確率の低さという点も併せて成分得点化は有効な分析法だと判断された。ただし、多変量分散分析では平方和積和が使われているが、そこに内積という形で含まれている相関関係に関する情報も含めて分析されることになる。このことに対して、あらかじめ別の基準（主成分や主因子および各種の回転）で従属変数を整理または変換してしまうことが、どのような影響を及ぼすかについては今後の検討課題である。

最後に、多変量分散分析の前提条件となっている2つの仮定は、大変厳しいものであり、かつ、それが満たされていないとき、検定結果にどのような影響を与えるのかについては、まだ十分明らかになっていない。 $p$ 変量正規分布 $N_p(0, \Sigma)$ というのは $p$ 個の変数がそれぞれ正規分布しているだけでは十分でなく、 $p+1$ 次元空間内で「超釣り鐘型」でなければならないし、分散だけでなく共分散が等しいことも求められているのである。心理学研究で収集される多変量データがこのような要件を備えているのかについては、少なからず不安を覚えるところである。それに対して通常の分散分析は、正規性と等分散性からの逸脱に対して頑強性をもつとされている。

## 引用文献

- 石村貞夫 2002、SPSSによる分散分析と多重比較の手順[第2版]、東京図書。
- 君山由良 2006、多変量回帰分析・正準相関分析・多変量分散分析(統計解説書シリーズA-16)、データ分析研究所。
- 菅 千索 2009、歌劇における情緒的表現の理解に及ぼす日本の影響、音楽知覚認知研究 第13巻第1・2合併号(印刷中)。
- 田中 豊・垂水共之・脇本和昌編 1990、パソコン統計解析ハンドブックV 多変量分散分析・線形モデル編、共立出版。

