

高校生に対する光の芸術と数学についての出張授業

A lecture for high school students on art of light and mathematics

川上 智博（和歌山大学教育学部）

Tomohiro KAWAKAMI

概要

本稿では、和歌山県立の高校での光の芸術と数学についての出張授業の一例について考察し、その成果と課題についてまとめる。

【キーワード】 虹、光。

1. はじめに

本稿では、和歌山県立の高校での出張授業の一例について考察し、その成果と課題についてまとめる。

大学等の高等教育機関の教員が、高校生・中学生を対象とした数回完結型または一回完結型の出張授業を行うことが増えてきた。高校生が現代数学に触れ合うために、高校においての大学教員による出張授業を受ける機会が増えてきた。高校生・中学生が大学において、特別授業を受ける機会も増えてきた。また、高校生・中学生が大学において、大学の模擬授業を受ける機会も増えてきた。

2013年9月に行った出張授業は50分授業2回を一日で行い、その翌日に50分授業を3回行い、またその翌週の二日間に50分授業を2回と3回行うものであった。授業日数は四日間で、総授業時間は500分であった。今回の出張授業はサイエンス・パートナーシップ・プログラム(SPP)によるものである。高校2年生の理系のクラスを対象とし、「光の芸術と数学」という題目の生徒参加型の出張授業を行った。

一日目の計画は以下である。包絡線として放物線があらわれる折り紙を考える。光線の包絡線として、ビーカーやシャーレの底に表れるハート状の曲線(ネフロイド)について考える。

二日目の計画は以下である。光の屈折の法則をテーマに水の場合の屈折角を導き出す演習を行う。マグランプ・水を入れたシャーレ・ポリカーボネードミラーを使って虹を作る実験を行う。

三日目の計画は以下である。ホースで散水し虹を観察する。同時にプリズムによる光の分光実験をする。その後虹ビーズを作成し、実際に太陽光の下で虹を観察する。続いて、光の経路を透明OHPシートに赤いペンで作図して、6人～8人の班のメンバーで作ったOHPシートを重ねてみて、光が集まる場所の存在を直感的に理解してもらう。

四日目の計画は以下である。各班のプレゼンテーションを行う。まとめを行う。

虹について、[1]を参考にした。

2. 一日目の授業方法

簡単な作業を行うために、大きな机のある会議室で行った。生徒参加型の授業を行うために、関数電卓、ポリカーボネードミラー、マグランプ、分度器、ビーカー、シャーレ、丸底フラスコ、生徒たちの座席表、ワークシート等を用意してもらった。授業はパソコンの画面をスクリーンに映し出すことによって行った。作業のときは、6班にわかれてもらった。

始めに、著者の自己紹介を行った。

放物線から始めた。放物線は何かを指名して聞いてみた。モノを投げたときに描く曲線という解答を得た。式で書くとどうなりますかと指名してみた。 $y = a(x + b)^2$, $y = ax^2 + bx + c$ という解答が出た。

折り紙を折ることにより、放物線を得ようと、紙を折ってもらった。 $A(0, 1)$ を固定して、 $y = -1$ 上の点 $P(t, -1)$ を A に重ねるように折ってもらった。 y 軸の右側に5か所、左側に5か所くらい折ってみて、折り

目から見えてくる曲線に注目してもらった。PをAに重ねるように折ると、折り目は、APの何になるかを指名して、聞いてみた。図示してみて、垂直二等分線になることを説明した。この垂直二等分線の方程式を考えてもらった。この垂直二等分線の点を $Q(x, y)$ とすると、 $AP = AQ$ である。 $AP^2 = AQ^2$ なので、代入すると、 $x^2 + (y - 1)^2 = (x - t)^2 + (y + 1)^2$ となる。整理して計算すると、 $-2tx + 4y + t^2 = 0$ となることを説明した。求める垂直二等分線は、直線 $-2tx + 4y + t^2 = 0$ とわかった。

この関係式を t の2次方程式とみると、ただひとつの t が定まるときの x, y の関係式を考えてもらった。 $t^2 - 2tx + 4y = 0$ と考えて、判別式を0とおくことにより、 $y = \frac{1}{4}x^2$ を得ることを説明した。この放物線と折り目が接していることを説明してもらった。放物線と折り目が接していることを説明した。折り紙を折ることにより、放物線が得られることを説明した。包絡線のことも触れた。

次にコーヒーカップの中のハートと題して、話をした。ポリカーボネードミラー、マグランプを配付して、ミラーを折り曲げてもらって、ライトをあててもらって、光の筋ができることをみてもらった。

ビーカーに水を入れて教壇のところに用意した。ビーカーを見に来てもらった。左右に光の模様ができたことを見てもらった。

少し大きめの円が書かれていて、円周が60等分されていて、0から60まで番号の書かれているワークシートを配った。左から平行光線が入って、円の右側にあたって、反射する様子を描いてもらった。始めに一本に光に対して、番号を示して、反射して行く様子を説明した。反射して行く光の様子を書いてもらった。「ハート」に近い形が現れてきた。半径 $\frac{a}{2}$ の円と半径 a の同心円が書かれたワークシートを配った。OHPシートで作った半径 $\frac{a}{2}$ の円を配った。この円を半径 a の円周をすべることなく転がしてもらって、一点の軌跡をプロットしてもらった。「ハート」型に見えるが、実はそうでなく、ネフロイドという図形になることを説明した。ネフロイドの媒介変数表示は、
$$\begin{cases} x = \frac{3a}{2} \cos \theta - \frac{a}{2} \cos 3\theta \\ y = \frac{3a}{2} \sin \theta - \frac{a}{2} \sin 3\theta \end{cases} \text{となる。}$$

3. 二日目の授業方法

前日の復習から始めた。半径 $\frac{a}{2}$ の円を転がして説明をして、ネフロイドができることを説明した。関数を表すときに、 $y = f(x)$ と表すことが多いが、ネフロイドはこの表し方では表せないことを説明した。

水を満たした丸底フラスコを提示した。見た目には、透明に見えるので、水が入っていることを述べた。これに五円玉を入れてみることを述べた。短い時間で沈むので、よく見ておくように伝えた。1個目の

5円玉を入れてみた。沈んでいく様子が見えたが、見えなくなってしまった。1個ではよく見えないので、2個目を入れてみた。五円玉はどこへいったのでしょうか?と問いかけて、指名してみた。フラスコの底にあるという解答が出た。ある場所はわかったが、なぜ見えないのでしょうか?と問いかけてみた。横からは見えないことがわかったが、下からは見えるか、上からは見えるか、フラスコを上下させてみて、提示した。見えない理由を指名して聞くと、光が屈折して見えないという解答がでた。光の屈折を体感してもらおうと、ポインター、三角プリズム、シャーレを配った。後で使うので、分度器も配った。シャーレに水を各自で入れてきてもらった。三角プリズムにポインターから光をあてて、屈折する様子を観察してもらった。シャーレの水にポインターの光をあてて、屈折する様子を観察してもらった。光の屈折の様子を考えてもらうために、空気中から、水中に光が進むときに、道筋を3つ書いたワークシートを用意して、正しい道筋を、指名して解答してもらった。すぐに正しい道筋の解答を得た。光が空気中から水中に進むときに、入射角 i 、屈折角 r を導入した。水面に法線を引いて、入射する光と法線とのなす角が入射角、屈折する光と法線とのなす角が屈折角と説明した。法線とのなす角で、注意が必要であると述べた。 $\frac{\sin i}{\sin r}$ を屈折率といい、水のとときに、約1.33となることを説明した。ただし、 $i = 0$ のとき、 $r = 0$ となることを説明した。屈折の法則を説明した。ワークシートで、空気中から水中に光が入射角30度、45度、60度のとき、屈折角がどうなるかを関数電卓で計算してもらった。関数電卓を配った。 $\sin r$ の値から、 r を求めるときに、逆正弦関数が必要である。関数に対して、逆関数を考えて行うのだが、逆関数をやっていないので、説明した。実際の角度は、関数電卓のボタンを押すことで、求めてもらった。求めた角度を分度器で作図してもらった。これらができた人には、入射角5度、15度、80度なども計算してもらった。

光は秒速何キロメートルですかと指名して聞いてみた。秒速1メートル、10メートルなどの解答が出た。光が秒速約30万kmであることを述べた。1秒間に地球7回り半と説明した。光が進むときにも、時間がかかること説明した。同じ光でも、波長によって、屈折率が違いことを述べた。波長が短いほど屈折率が大きくて、曲がり方が大きくなることを説明した。

屈折の法則の応用例を提示した。正方形のプールがあつて、人がプールサイドを秒速2メートル、水中を秒速1メートルで進めるとする。人が正方形の頂点にいるとして、行くために最も時間のかかる正方形内の地点はどこかという問題を提示した。この問題は、一番遠い点は、対角線の反対側の頂点だが、そこが最も時間のかかる点では、ないことが問題であ

ると述べた。正方形に座標軸を導入して、最も時間のかかる点を考えると対角線上の点となることを説明した。そこを (x, x) とおく。速度比が 2 : 1 なので、入射角 90 度に対して、屈折角 30 度になることを説明した。図を提示して、ふたつの経路からの時間が同じになる点が、最も時間のかかる点であることを説明した。 x に関する方程式を立てて解いて、求める時間を約 10.76 秒と出した。一番遠い点だと、10 秒となり、短くなることを説明した。

丸底フラスコにスリットから光をあてて、紙の上に、小さな虹ができる提示を行った。見えるスペースが小さいので、班ごとに近くまで来てもらって、見てもらった。先ほど水を入れてもらったシャーレの下にミラーを置いて、ライトをあてるて、紙を立てると紙に小さな虹ができることを確かめてもらった。小さな虹なので、なかなか見られなかった。来週にレポートのために、どのようにしたら、虹ができたかを書いてもらった。

4. 三日目の授業方法

庭で水をまいたときにできた虹を提示した。

晴れていたもので、外で散水して、虹を観察してみることにした。三角プリズムを箱から取り出して、一人一個ずつ持って行ってもらった。散水して虹を観察してもらった。三角プリズムでも、虹を観察してもらった。三角プリズムは、方向によって、できる虹の形が変わり、できる虹の数の複数あるので、観察してもらった。全員に虹を観察してもらったあと、教室に戻ってもらった。教室に戻ってから、班ごとに、どのようにして、どのような虹が見えたかを発表してもらった。

虹ビーズを班ごとに配付して、虹ビーズを制作してもらった。細かな粉を糊のついた面に均一に振りかけてもらうものだ。粉がこぼれてもいいように、少し大き目の紙を配付して、その上で作業してもらった。晴れていたもので、外に出て、虹ビーズに太陽光をあてて、虹を観察してもらうこととした。観察方法がわかりにくい人もいたので、太陽を背にしてもらって、観察してもらった。同じような虹が 2 本見えることを見つけてもらった。全員が観察できたところで、教室に戻ってもらった。

1 滴の水の中を光が通る時に、屈折・反射をするのだが、1 回反射のときに限って、どのように光が通るか道筋を書いてもらう作業をしてもらった。入射角・屈折角を求める必要があるので、分度器、関数電卓を用意してもらった。一本の光について、その道筋の例を示した。5 本のときの例も示した。数本の光の道筋を考えるといいので、班ごとに行ってもらって、

番号順によって、どの光をするかを決めてもらった。OHP シートに、光の道筋を書いてもらって、出来上がってから、重ねてみた。思ったより時間がかかった。あるところに、反射してでてきた光が集まる様子を見てもらった。

全員ができたところで、虹のまともに入った。主虹、副虹ができること、主虹の角度、副虹の角度を説明した。副虹は色の順序が逆になることを説明した。反射回数が 2 回だと副虹になることを説明した。水滴の中での反射回数が何回でもいいが、反射の度に光が弱まって、実際には、2 回反射までの副虹までがみることができると説明した。図示を行い、色の順序が逆になることを説明した。そのあと、A4 用紙を一人に一枚配布して、今日の観察でどのようにして、どのような虹が見えたか、感想等のレポートを書いてもらった。いろいろと書いてくれている人がいた。全員が書き終えたあとに、3 日目の授業を終了した。レポートは、高校側の担当者に預かってもらった。

5. 四日目の授業方法

昨日のレポートを返した。班ごとに集まってもらって、これまでに書いたレポートを参考に、虹の仕方について、討議してもらった。A3 の紙に、班で虹についてまとめてもらった。1 班から、順に前にでてきてもらって、発表してもらった。高校側の先生が授業参観をしてくださった。今日の授業は、A3 の紙に虹についてまとめてもらい、班ごとに発表してもらうことが主だった。6 班全員の発表が終わったので、終了となった。

6. おわりに

出張授業の成果として、高校生たちに授業を楽しんでもらった点、高校生が通常の授業では学習できないことを学習できた点がある。高校生が野外で活動したことは、初めての試みであった。

一方、課題として、高校生が野外で活動するとき、移動に手間取った点がある。

7. 謝辞

出張授業を行う機会をくださった和歌山県立紀央館高等学校の上田芳裕先生に感謝します。

参考文献

[1] 大山陽介、数学にかかる虹の橋、現代数学序説 III、大阪大学出版会 (2002)、33-54.