

## 数学科総論

### 1. 研究テーマ 「確かな学力を育てる数学科の学習指導」

#### 2. テーマ設定の理由

『「学びを拓く」生徒の育成』（「学び」とは知識や技能の詰め込みではなく、興味・関心や意欲、感性、思考や判断の深まりといった資質や能力を含めた個の成長であり、「学びを拓く力」とは「意欲が高まり、主体的に学習をすすめる、自分の可能性を開拓していく力の育ち」である）を研究主題に掲げて今年で3年目である。数学科では、昨年、一昨年と「問題解決の授業の工夫」、「複数教師における授業形態、授業展開の工夫」に視点をあてて研究を進めてきた。授業は、「課題を把握する」「見通しを持つ」「課題解決する」「振り返る」の4段階で展開し、自力解決ができる支援や一人一人の個性や能力に応じた場を設定してきた。その結果、生徒は問題解決の学習過程に沿って、自ら問題を見いだしたり、見通しを持って問題を考えたりすることができるようになってきている。また、数学に関する基礎的・基本的な知識や技能についても、その内容を表面的には理解できている。しかし、考えの伝達や討議などの交流から、自他の考えの違いを筋道立てて、論理的に説いたり、事象の根底にある原理や法則などをとらえようとする資質や能力を養うことは十分ではなかった。また、問題が解決されるとそこで思考が停止してしまい、さらに事象を深く突き詰めて考える力がまだ不十分であった。

そこで、前研究の成果を受けつつ、本年度は、基礎・基本の確実な定着を図り、さらに発展的な見方・考え方を高めることで、数学を学ぶことの楽しさや考えることの楽しさを味わうことができるような学習活動を目指して、「確かな学力を育てる数学科の学習指導」をテーマに設定し、研究を進めていくことにした。

#### 3. 基礎・基本のとらえ方について

本校では、学習指導要領の内容を基礎・基本と捉えている。それを受けて数学科の基礎・基本を『数量や図形などの関係や構造をとらえ、事象を数理的に考え、処理し、新たな数学の内容を構成することのできる知識や技能、資質や能力である。』と考えた。

それに基づく基礎・基本の要素は次のとおりである。

##### <数学への関心・意欲・態度>

- ・ 数学的学習の楽しさを味わい、学習に進んで取り組もうとする態度
- ・ 身のまわりの事象や数学的な事象から、数学的に解決できる問題を見つけようとする態度
- ・ 多様な見方や考え方で、粘り強く問題を解決していこうとする態度

##### <数学的な見方・考え方>

- ・ 根拠をもとにして、筋道を立てて解決する力
- ・ 考えたり調べたりした結果を基にして、新たな課題を見いだす力

##### <数学的な表現・処理>

- ・ 形式的・数理的に処理する力
- ・ 自分の考えを図、表、式、記号などを用いて、簡潔・明瞭に表現する力

##### <数量や図形についての知識・理解>

- ・ 数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解

#### 4. 研究の視点

次の3つの力を高めることに重点を置いて取り組むことが、研究テーマである「確かな学力を育てる数学科の学習指導」につながるものとする。

- (1) 主体的に事象を筋道立てて、数理的に考え、処理する力
- (2) 数学的コミュニケーション能力
- (3) 「学び」を振り返る自己評価の力

(1) 主体的に事象を筋道立てて、数理的に考え、処理する力の育成をめざして、問題解決の授業展開の工夫をする。

問題解決の授業では、①「課題を把握する」②「見通しを持つ」③「課題解決する」④「振り返る」の4段階の指導過程を基本として展開している。

主体的に事象を筋道立てて、数理的に考え、処理する力を伸ばすには、まず、生徒の中に「考えたい」「考えてみよう」という気持ちが生じることが必要である。問題解決の授業では、自ら見通しを持ち、課題を発見することによって、生徒は「考える楽しさ」「考える喜び」を感じ、学習意欲も高まるであろうと思われる。また、問題を自分の見方や考え方で追究し、仲間と多様な考えを出し合い、吟味し、話し合い、練り上げる過程においては、思考の幅を広げ、新たな知識や技能、数学的な見方や考え方が身についていくであろう。さらに、自分の追究や学習してきたことを振り返ることで、与えられた1つの問題から別解を求めたり、新しい問題を作ったりする発展学習へとつなげることも可能である。そこで、問題解決の授業展開においては、次の4点について研究を進めてきている。

(ア) 生徒の学習意欲を引き出すことができる問題を工夫する。

(イ) 見通しを重視した授業を展開する。

(ウ) 課題の提示の仕方を工夫する。

(エ) 多様な見方や考え方の取り上げ方やまとめ方を工夫する。

学習活動の中では、生徒一人ひとりの思考過程や考えを大切にし、自己解決できるような適切な支援も行っていきたい。

(2) 数学的コミュニケーション能力の育成

数学的コミュニケーション能力とは、事象を数理的に考え、根拠や合理性を問いながら、互いの考えを文字や記号を用いて表現し、他の考えのよさを生かして自分の考えを深めたり、ひろげたりすることができる能力であると考えられる。これらの能力を育成するには、まず知識や技能面に関して、図・表・記号や式などを念頭で操作しながら、数学の抽象的な言語・記号・表現に結びつけることができ、それらを使えるようにする必要がある。用語、記号を言語として手際よく使い、表現を工夫することによって、自分の考えを簡潔、明確に表現することができるようになる。

次に、考えの伝達や討議などの交流ができる場「個で考える→班（ペア）で考え交流する→全体の場で表現しあい、練り上げていく」を設定することである。話し合いや議論では、根拠や合理性などを問わなければならないと言う意識を持たせ、この3つの流れを実践する中で、煩雑な事象が整理され、論理的な操作に基づいて合理的な思考ができるようになると思われる。また、自分の考えを筋道立てて、論理的に説明できるだけでなく、他者の異なる考え方をとらえ、自分なりに組み立て直す力も高めさせていきたいと考えている。

(3) 「学び」を振り返る自己評価力の育成

生徒自身が数学を学ぶ喜びを知り、主体的に学習を進めていくためには、進歩を確実にとらえ、生徒自身が自己の可能性や変容を実感できるようにしていく必要がある。

だから、自分でやったことや考えたことを振り返り、次はどうすればよいか併せて確かめながら、一步一步確実に歩んでいけるような自己評価を目指したいと考えている。

そこで、節や単元の最後に、自己評価の場を何度か設定する中で、自分が新たにできるようになった内容をとらえ、「努力した結果が成果となって表れた」ことに充実感を覚え、「できるようになった」ことに成就感を味わうなど、それまでは意識していなかった自己の成長に気づくようにする。すなわち、学習内容を再度見つめ直すことで、自己評価力を培っていききたいと考えている。

進歩がみられたときは、生徒にそのことを伝え、賞賛し、励ましを与えることも、自己評価力を育てるのに有効であると考えられる。

## 5. 成果と課題

「確かな学力」とは、知識・技能に加え、学ぶ意欲や、自分で課題を見つけ、自ら学び、主体的に判断し、行動し、よりよく問題を解決する資質や能力である。

まず、問題解決の授業を工夫することで、生徒は、「おや?」「なぜ?」から「調べてみよう」「考えてみよう」へ、さらに「なるほど」「わかった」という気持ちが生じ、『数学的活動の楽しさ』も味わっていたように思われる。課題の提示の仕方により、生徒の反応に多くの違いがみられるため、とりあげる課題を十分に検討することの大切さを改めて感じさせられた。

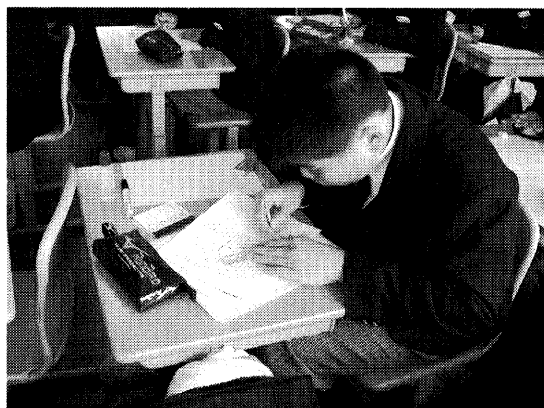
次に、数学的コミュニケーション能力の育成についてである。これまで数式処理に偏りがちであった「数と式」の領域においても、式の意味を積極的に読みとり、自分なりに考えていることを相手にわかるように説明する実践を行ってきた。また、考えの伝達や討議などの交流ができる場も数多く設定してきた。その結果、自分の考えを筋道立てて、論理的に説明できるだけでなく、他者の異なる考え方をとらえ、自分なりに組み立て直すことができる生徒が増えてきたように思われる。

3つ目として、学習したことが生徒にどのような知識として身についたか、あるいは生徒がどのような価値を見出したかを確認できるような場を設定することで、「学び」を振り返る自己評価力の育成をはかってきた。本年度は学習記録カードや自己診断表のみならず、単元終了毎にレポートを作成させることで、どの程度、どれくらい深く力がついたかなど、自己の可能性や変容を実感できる場を数多く持つことができた。

今後はさらに「確かな学力を育てる」ために、授業でのドリル学習の導入、個に応じた課題学習の一層の充実に力をいれていきたいと考えている。

## 参考文献

- |                     |                 |
|---------------------|-----------------|
| 「確かな学力を育てる数学科の学習指導」 | 田 正美 鈴木 彬、鈴木明裕著 |
| 「数学的コミュニケーション能力の育成」 | 金本良通 (明治図書)     |
| 中学校新数学科授業の基本用語辞典    | 根本 博 監修 (明治図書)  |
| 数学科「問題解決の授業」 相馬一彦著  | (明治図書)          |



# 数 学 科 学 習 活 動 案

授業者 田窪 佳寿子

1. 学年・学級 1年C組 39名
2. 授業場所 1年C組教室
3. 題 材 「比例と反比例」
4. 題材について

小学校での学習をもとに、中学校第1学年では、2つの数量関係において、文字の式、負の数への変域の拡張、座標平面を用いたグラフについて学習する。

比例、反比例の指導では、具体的な事象の中にある2つの変数を明確に意識し、その関係を表で表す。表から変数間の変化や対応の特徴をとらえ、式やグラフに表現する。比例・反比例の式における比例定数の意味や、比例定数の値によってグラフが変化することにも着目させる。変域や比例定数が負の数まで拡張されているため、負の数が持つ意味も理解させたい。そして、常に表・式・グラフの相互関係を大切にしながら指導していきたいと考えている。また、導入では、必ず比例や反比例ではない2量の変化と対比させることで、相違点や共通点を考え、比例や反比例の特徴をより明らかにさせたい。特に反比例は中学校で初めて学習する関数なので丁寧に扱いたい。

対応や変化の様子がはっきりとわかるものに、表とグラフがあげられる。表は取り得る値が離散的であるのに対して、グラフは、値の対応が連続的に示されるだけでなく、対応の規則や変化の様子を直観的、具体的に読み取ることが可能となる。また、測定不可能な状態の部分を予想し、視覚的に判断できるよさをもっている。グラフの指導においては、グラフをかかせるだけに力を入れるのではなく、グラフを利用するよさを実感させるためにも（例えば直線の傾きが具体的な場面においてどのような意味を持つのか等）、表されたグラフの意味を読みとり、活用する指導も必要であると考えた。

本時は、グラフの「よみ」を通して数量の変化や対応を調べ、課題を解決する授業を展開する。そのため、日常的な事象である「時間と距離の関係」の課題をとりあげる。課題の提示にグラフを用いることで、「おや?」「どのようにすれば?」という気持ちを生徒に持たせ、学習意欲を高めさせたい。またグラフを利用して生徒一人ひとりが多様な見方や考え方でつくった問題を取りあげることも、より一層学習意欲を引きだすことができると考えている。課題に3つの地点を設定することは、グラフを第3象限まで延長することを可能にし、 $x$ 、 $y$ とも負の座標をよみとれば、事象を解決できることに興味を持たせ、負の数が持つ意味をしっかりと理解させたい。

課題解決の場では、「個で考える→班（ペア）で考え交流する→全体の場で表現しあい、練り上げていく」という時間を設定する。班は、数学の得意な生徒と不得意な生徒が交流することを目的に編成した。得意な生徒が教えることで、互いに高まりあう機会としたい。また、全体の場では、自分の考えを筋道立てて、論理的に説明するだけでなく、他者の異なる考え方をとらえ、自分なりに組み立て直す力も高めさせていきたいと考えている。

生徒自身が自己の進歩を確実にとらえ、変容を実感できる力をつけるには、「できた、できない」という結果だけを重視するのではなく、途中でつまずき、結論まで達しない場合でも、どのように考えてきたのかという思考過程に目を向けさせ、評価することが大切であると考えている。また、生徒のよくできたところに目を向け、ほめたり励ましていくことを大切にしながら、適切な支援も行っていきたい。本時は、授業の終わりに自分の学びに応じて選択して取り組める練習問題と自分の学びをとらえる自己評価表を準備した。

単元のまとめの段階として、身の回りの事象から、比例や反比例の関係にある2つの数量を見だし、具体的な観察、操作、実験を通して調べたことを、表・式・グラフを使って関数で表現する機会を設定する。これは、レポート形式で相互の学習を確かめ合う場としても位置づけたい。そして、相互評価や教師評価を加えることで、より一層自己の学びを振り返ることができると考えている。このような数学的活動を通して、関数が実生活と深いつながりを持っていることを実感させるとともに、主体的に事象を筋道立てて、数理的に考え、処理する力の育成をめざしている。

### 5. 学習目標 (評価規準の設定 基礎・基本)

基礎・基本	学習の目標	具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見いだし、表現し考察する能力を伸ばす。
数学への 関心・意欲・態度	<ul style="list-style-type: none"> <li>具体的な事象の中にある2つの量の関係に関心を持ち、比例や反比例の関係を見いだし、その特徴を調べようとする。</li> <li>具体的な事象に関する問題を、比例、反比例の見方、考え方やグラフを利用して解決しようとする。</li> </ul>	
数学的な 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> <li>具体的な事象の2つの量の関係を、変化や対応に着目して調べ、比例や反比例の関係を見いだすことができ、式や表、グラフからその特徴を考えることができる。</li> <li>比例、反比例する具体的な事象についての問題を、式やグラフを利用して解決することを通して、式やグラフに表すことのよさを見いだすことができる。</li> </ul>	
数学的な 表現・処理	<ul style="list-style-type: none"> <li>比例や反比例の関係を表、式、グラフであらわしたり、その特徴をよみとったりすることができる。</li> <li>文字を変数として扱ったり、変域を不等号を用いて表したりすることができる。</li> <li>具体的な事象の問題を、比例や反比例の考え方やグラフを利用して解くことができる。</li> </ul>	
数量、図形 などについての 知識・理解	<ul style="list-style-type: none"> <li>比例や反比例の意味、および、比例定数の意味を理解している。</li> <li>変数や変域、座標の意味を理解している。</li> <li>比例や反比例のグラフの特徴を理解している。</li> </ul>	

### 6. 学習計画 (単元構成表) 18時間 (◎は本時で13時間目)

学習過程	学習の中心	基礎基本を定着させるための視点	「学びの拓き」に関わる力	観点
(4.5時間)	比例する量	2つの数量の調べ方	<ul style="list-style-type: none"> <li>これからの学習を把握する力 (問題)</li> <li>比例の関係を見いだす力 (問題)</li> </ul>	【関】
	比例と比例定数の意味	比例の表のいろいろな特徴を、表を縦にみたり、横にみたりすることで見つけさせる。		【考】
	変数と変域の意味	変域については、言葉と式と数直線を対応しながら考えさせる。		【知】
	比例定数やxの変域が負になる比例の式	比例の特徴や定義を思い出させ、それにあてはまるかどうか考えさせる。		【考】
振り返り (0.5時間)			自己の学習を振り返る力 (評価)	
座標 (1時間)	平面上の点の表し方と座標の意味	<ul style="list-style-type: none"> <li>P(a, b)の表す点の位置は、原点から横軸にa進み、そこから縦軸にb進んだ場所であることを理解させる。</li> <li>&lt;動物が浮かび上がるワークシート&gt;</li> </ul>	座標をよみとり、表す力 (問題)	【表】
比例の グラフ (2時間)	$y = ax$ のグラフの特徴	<ul style="list-style-type: none"> <li>コンピューターを利用して、視覚的に理解させ、比例定数が正と負の場合の特徴をつかませる。</li> <li>【学習形態】 TT, &lt;パソコン&gt;</li> </ul>	比例のグラフの特徴を見いだす力 (問題)	【考】
	$y = ax$ のグラフの書き方	比例のグラフは、原点を通る直線であることから、グラフを簡単にかく方法を考えせる。	比例のグラフの書き方を考察する力 (問題)	【表】
反比例 する量 (2時間)	反比例の導入	反比例と一定の割合で減少する関数の変化の様子や違いに目を向けさせ、反比例の特徴を考えさせる。	反比例の関係を見いだす力 (問題)	【考】
	反比例と比例定数の意味	表の見方や対応の見方で考えさせる。		【知】

### 5. 学習目標 (評価規準の設定 基礎・基本)

基礎・基本	学習の目標	具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見だし、表現し考察する能力を伸ばす。
数学への 関心・意欲・態度	<ul style="list-style-type: none"> <li>具体的な事象の中にある2つの量の関係に関心を持ち、比例や反比例の関係を見だし、その特徴を調べようとする。</li> <li>具体的な事象に関する問題を、比例、反比例の見方、考え方やグラフを利用して解決しようとする。</li> </ul>	
数学的な 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> <li>具体的な事象の2つの量の関係を、変化や対応に着目して調べ、比例や反比例の関係を見いだすことができる。</li> <li>式や表、グラフからその特徴を考えることができる。</li> <li>比例、反比例する具体的な事象についての問題を、式やグラフを利用して解決することを通して、式やグラフに表すことよさを見いだすことができる。</li> </ul>	
数学的な 表現・処理	<ul style="list-style-type: none"> <li>比例や反比例の関係を表、式、グラフであらわしたり、その特徴をよみとったりすることができる。</li> <li>文字を変数として扱ったり、変域を不等号を用いて表したりすることができる。</li> <li>具体的な事象の問題を、比例や反比例の考え方やグラフを利用して解くことができる。</li> </ul>	
数量、図形 などについての 知識・理解	<ul style="list-style-type: none"> <li>比例や反比例の意味、および、比例定数の意味を理解している。</li> <li>変数や変域、座標の意味を理解している。</li> <li>比例や反比例のグラフの特徴を理解している。</li> </ul>	

### 6. 学習計画 (単元構成表) 18 時間 (◎は本時で 13 時間目)

学習過程	学習の中心	基礎基本を定着させるための視点	「学びの拓き」に関わる力	観点	
(4.5 時間)	比例する量	<ul style="list-style-type: none"> <li>2つの数量の調べ方</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>2つの数量の関係を表、式、グラフを用いて考えさせる。</li> <li>【学習形態】 TT</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>これからの学習を把握する力 (問題)</li> </ul>	【関】
		<ul style="list-style-type: none"> <li>比例と比例定数の意味</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>比例の表のいろいろな特徴を、表を縦にみたり、横にみたりすることで見つけさせる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>比例の関係を見いだす力 (問題)</li> </ul>	【考】
		<ul style="list-style-type: none"> <li>変数と変域の意味</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>変域については、言葉と式と数直線に対応しながら考えさせる。</li> </ul>		【知】
		<ul style="list-style-type: none"> <li>比例定数や <math>x</math> の変域が負になる比例の式</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>比例の特徴や定義を思い出させ、それにあてはまるかどうか考えさせる。</li> </ul>		【考】
振り返り (0.5 時間)			<ul style="list-style-type: none"> <li>自己の学習を振り返る力 (評価)</li> </ul>		
座標 (1 時間)	<ul style="list-style-type: none"> <li>平面上の点の表し方と座標の意味</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>P(a, b)</math> の表す点の位置は、原点から横軸に <math>a</math> 進み、そこから縦軸に <math>b</math> 進んだ場所であることを理解させる。</li> <li>&lt;動物が浮かび上がるワークシート&gt;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>座標をよみとり、表す力 (問題)</li> </ul>	【表】	
比例の グラフ (2 時間)	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>y = ax</math> のグラフの特徴</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>コンピューターを利用して、視覚的に理解させ、比例定数が正と負の場合の特徴をつかませる。</li> <li>【学習形態】 TT, &lt;パソコン&gt;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>比例のグラフの特徴を見いだす力 (問題)</li> </ul>	【考】	
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>y = ax</math> のグラフの書き方</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>比例のグラフは、原点を通る直線であることから、グラフを簡単にかく方法を考えせる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>比例のグラフの書き方を考察する力 (問題)</li> </ul>	【表】	
反比例 する量 (2 時間)	<ul style="list-style-type: none"> <li>反比例の導入</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>反比例と一定の割合で減少する関数の変化の様子や違いに目を向けさせ、反比例の特徴を考えさせる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>反比例の関係を見いだす力 (問題)</li> </ul>	【考】	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>反比例と比例定数の意味</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>表の見方や対応の見方で考えさせる。</li> </ul>		【知】	

<p>・4分後の兄と妹の離れている距離。 100m          ・2人が150mを通過したときの時間の差。 1分</p> <p>◎ 課題2を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【課題2】兄と妹は、別々に家を出発して公園に行きます。途中、2人は郵便局の前で午後3時に出会った後、そのまま速さを変えず、600m先にある公園へと向かいました。課題1のグラフは、2人の郵便局からの歩くようすを表したものです。</p> <p>① 郵便局で出会ってから、兄と妹が150m離れるのは何分後ですか。</p> <p>② 家から郵便局までは300m離れています。兄と妹はそれぞれ何時に家を出ましたか。</p> </div> <p>◎ ①について考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・グラフを延長し、<math>y</math>座標の値の差が150になるときの<math>x</math>座標を目盛りから読み取る。</li> </ul> <p>◎ ②について考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・グラフを延長し、<math>y</math>座標の値-300になるときの<math>x</math>座標を目盛りから読み取る。</li> </ul> <p style="padding-left: 40px;">兄 午後2時56分    妹 午後2時54分</p> <p>◎課題3を考える。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【課題3】課題2で考えたことのほかに、グラフから読み取れることをみつけて問題を作ろう。</p> </div> <p>◎問題を作る。</p> <p>&lt;予想される問題&gt;</p> <p>ア) 兄(妹)が公園に着くのは、出会ってから何分後か。          イ) 兄(妹)が公園に着くのは、家を出てから何分後か。          ウ) 兄が公園に着いてから妹が公園に着くまでの時間。          エ) 兄が公園に着いたときの妹の公園までの距離。          オ) 2人が□mの地点を通過したときの時間の差。          カ) □分後の2人の離れている距離。          キ) 妹や兄の速さを変えた問題。          ク) 妹や兄に休憩をとり入れた問題。</p> <p>◎ 仲間の作った問題を解く。</p> <p>◎ 宿題の練習プリントを選択する。</p> <p>◎ 自己評価表を記入する。</p>	<p>○時間と距離から求められるものを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ワークシートを配布する。</li> <li>・課題からわかる内容をグラフと対比させて考えさせる。</li> <li>・郵便局と公園の位置をグラフで確認する。</li> <li>・グラフを使って、解決するように指示する。</li> </ul> <p>・2直線の<math>y</math>座標の差は2人の距離の差であることに気づかせる。</p> <p>&lt;つまずきへの対応&gt;</p> <p>○グラフを延長するように指示する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・家の位置をグラフで確認する。</li> <li>・-300の意味を説明させる。</li> </ul> <p>&lt;つまずきへの対応&gt;</p> <p>○グラフを延長するように指示する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・自力解決が困難な場合、ペア学習を活用する。</li> </ul> <p>&lt;つまずきへの対応&gt;</p> <p>○格子点に注目して考えさせる。</p> <p>○時間か距離のいずれかに着目させる。</p> <p>・ペア(班)で考えを交流し、問題をひとつにしぼらせて、用紙に書かせる。</p> <p>・2直線の<math>x</math>座標の差は2人の時間の差であることをよみとる問題をとりあげる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・(キ)や(ク)の問題があればとりあげる</li> <li>・自力解決が困難な場合、班学習やペア学習を活用する。</li> <li>・難易度別の3種類のプリントから宿題を選択させる</li> <li>・わかったことをしっかり書かせる</li> </ul>	<p>◇グラフを利用して解決しようとしているか。</p> <p>【関】[ワークシートの記入・発表・観察]</p> <p>◇分かりやすく的確に説明することができたか。</p> <p>【表】[ワークシートの記入・発表]</p> <p>◇グラフを有効に利用して問題作りができてきているか。</p> <p>【考】[ワークシートの記入・発表・観察]</p> <p>◇グラフを利用して解決しようとしているか。</p> <p>【関】[ワークシートの記入・発表・観察]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・A, B, C3種類の練習プリント</li> <li>・評価表</li> </ul>
--	---	---

## 9. 結果と考察

グラフを示し、そこから数量間の関係をいろいろ調べていくという学習活動は、グラフに関する活用能力を伸長する上で、また、興味・意欲を高める上で有効であった。

生徒は、グラフから比例の関係を見だし、時間と距離の関係、速さや式、変域等を読みとることができた。また、グラフを第3象限までのばした時の  $x$  座標や  $y$  座標の持つ意味も、正の数・負の数の学習をもとに考えることができた。

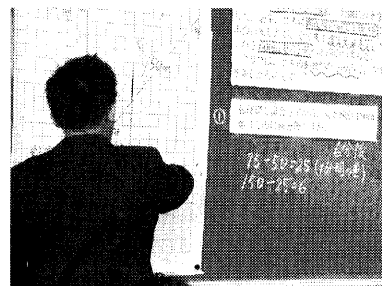
数学の学ぶ力には、「問う力」さらに言えば、「問い続ける力」が大切であると考えている。課題3では、本時の学習で得られた着眼点を補充・深化させるような問題づくりをさせたいと考えた。個々の反応は、自力では考えつかない生徒、課題2のレベルの問題を作成している生徒、1次関数の問題まで発展させている生徒等様々であったが、ペア学習をすることで考えを交流し、討議しながら問題を完成させることができた。ただ、もう少し時間をとって、じっくり考えさせる時間的余裕がほしかった。また、本時では、それらの問題を段階別に取り上げて、考えを深めさせるところまでには到らなかった。このように授業計画が盛りだくさんであったことは、反省点である。

宿題として難易度別の3種類のプリントを準備したことにより、生徒は意欲を持って取り組み、学習したことを定着させることができた。今後の授業においても、難易度別の課題を準備することが大切だと痛感した。

生徒の強い要望もあり、生徒の作った問題〔資料1〕を段階別に紹介し、課題解決する時間を次時にとった。1次関数のグラフをかきたした時に「すごい形のグラフ」「うわあよく考えている」等の声があちこちからあがり、授業を終えたときには、生徒の達成感や成就感が伝わってきた。

### 〔資料1〕

- ① 郵便局と公園の間には、おかしやがあります。郵便局からおかしやまで妹の足で7分かかります。おかしやは、どこにありますか。
- ② 兄と妹が公園に着いたときの時間の差は何分間ですか？
- ③ 兄が公園に着いたとき、妹は公園から何mの地点にいますか？
- ④ 兄は郵便局で妹に出会ってから4分後に忘れ物に気づき、分速100mで走って家まで帰りました。兄は家を出てから、何分後に家に着きましたか。
- ⑤ 兄は妹と郵便局で出会って4分後にスコップを取りに、分速150mで家まで走って帰りました。妹と同じ時間に公園に着きたいので、家から自転車に乗って公園まで行くことにしました。自転車の速さを求めなさい。



### 【授業後の自己評価より】

4 比例と反比例 比例と反比例の利用 ① 自己評価表 氏名 ( )	
<p>◎今日の授業で、グラフから読みとれたことをかこう。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・郵便局から何分後に妹や兄がどこにいるかということ。</li> <li>・兄と妹の速さ。</li> <li>・2分後や4分後の妹と兄の離れている距離や150mの地点での2人の時間の差。</li> <li>・家、郵便局、公園の位置など。</li> </ul>	<p>◎今日の授業で、理解が不十分だなと思う内容があればかこう。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・問題作りが難しかった。</li> </ul>
<p>◎グラフを使って問題を解くよさって何だろう。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・式を求めなくても、グラフだけで読めるから簡単。</li> <li>・グラフは自分でのばしたりして考えられるから便利。</li> </ul>	<p>～感想・質問・今後やりたいことなど～</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・原点を通らないグラフの式を求めたい。</li> <li>・グラフからいろんなことが考えられるなんて楽しかった。</li> <li>・兄と妹だけでなく他の人物も登場させたい。</li> <li>・自分が作った問題だけでなく、他のペアで作った問題にもチャレンジしたい。</li> <li>・グラフから読みとれないときは、計算でもとめるのですか。</li> </ul>





# 各単元で実施してきた数学レポートの一例

単元で学習した内容を凝縮したレポートを作成させる。この単元で得た見方・考え方、表現・処理方法知識及び学習の流れを再確認する。

数学レポート 1年

**課題1 負の数×負の数=正の数になることを説明しなさい。**

例)  $(-2) \times (-5) = +10$

2歩  
現在の地点から毎時2kmの速さで西へ向かって歩くと5時間前Aの位置にたどり着く。

2歩  
現在 毎時5kmの速さで西へ向かって歩くと1時間前Bの位置にたどり着く。

2歩  
現在 毎時5kmの速さで西へ向かって歩くと1時間前Bの位置にたどり着く。

例)  $(-2) \times (-5) = +10$

**課題2 トランプ・カードゲームについて**

① 第1弾 カンセルゲームを通して学んだことは何ですか。  
同じ色のカードが同じ数と対になるのは0になる。  
例)  $(-4) + (+4) = 0$  カンセル

② 第2弾 黒黒ゲームを通して学んだことは何ですか。  
黒のカードは負の数、赤のカードは正の数。  
黒のカードが黒のカードと対になるのは0になる。  
例)  $(-4) + (-4) = -8$  黒黒

③ 第3弾 ボーナスマゲームを通して学んだことは何ですか。  
黒のカードは負の数、赤のカードは正の数。  
黒のカードが黒のカードと対になるのは0になる。  
例)  $(-4) + (+4) = 0$  カンセル

④ 課題にゲームを取り入れることについての意見や感想をしっかりと書こう。  
授業にゲームを取り入れることで、学習が楽しくなり、理解が深まりました。

## 文字と式のまとめ

### 1. 文字の使用

マチ棒を並べて正方形を文面つづるとき、マチは何本必要か。

□□□□……□□+正方形×個 マチは何本必要か?

考え方

(1)  $1 \times 1$  正方形 4マチ (1マチ×4本) (正方形の数)

(2)  $2 \times 2$  正方形 12マチ (2マチ×3本) (正方形の数)

(3)  $3 \times 3$  正方形 24マチ (3マチ×2本) (正方形の数)

(4)  $4 \times 4$  正方形 40マチ (4マチ×1本) (正方形の数)

(5)  $n \times n$  正方形  $4n$ マチ (nマチ×1本) (正方形の数)

文字と式

文字は、数や文字の代わりに用いられる。

文字は、数や文字の代わりに用いられる。

文字は、数や文字の代わりに用いられる。

### 2. 文字式の計算

項と係数

項…加法の記号で結ばれた1つ1つを言う。  
係数…文字の入った項に数のかかっている数。

例)  $6a - 2a + 3$  項… $6a, -2a, +3$   
係数… $6, -2, +1$

1次項…文字が1つだけかけられている項。  
1次式…①1次の項のみ、②1次項と数のかかっている項。

例)  $3x + 4$  (1)  $1 - 2x$  (2)  $3x + 2a$  (3)  $2x^2 + 3x + 1$

例)  $3x + 4$  (1)  $1 - 2x$  (2)  $3x + 2a$  (3)  $2x^2 + 3x + 1$

例)  $3x + 4$  (1)  $1 - 2x$  (2)  $3x + 2a$  (3)  $2x^2 + 3x + 1$

レポート審査委員会 (希望生徒) で、優秀な成績を取ったレポート (他者評価)

審査員も評価することで自分のレポートとの違いや良さを見いだすことができた。

最優秀賞

優秀賞

**第3章 方程式 1**

**等式**

右の4は左の4で増えたと同じように、左の4は右の4で減ると同じように、等式の両辺に同じ数を加減すれば、等式は成り立つ。

例)  $2x + 3 = 7$   
両辺から3を引く  
 $2x + 3 - 3 = 7 - 3$   
 $2x = 4$   
両辺を2で割る  
 $2x \div 2 = 4 \div 2$   
 $x = 2$

**方程式**

未知数を含む等式を方程式と呼ぶ。

例)  $2x + 3 = 7$   
両辺から3を引く  
 $2x + 3 - 3 = 7 - 3$   
 $2x = 4$   
両辺を2で割る  
 $2x \div 2 = 4 \div 2$   
 $x = 2$

**等式の性質**

等式の両辺に同じ数を加減すれば、等式は成り立つ。

例)  $2x + 3 = 7$   
両辺から3を引く  
 $2x + 3 - 3 = 7 - 3$   
 $2x = 4$   
両辺を2で割る  
 $2x \div 2 = 4 \div 2$   
 $x = 2$

**方程式**

等式

方程式

等式の性質

1次方程式の利用

例)  $2x + 3 = 7$   
両辺から3を引く  
 $2x + 3 - 3 = 7 - 3$   
 $2x = 4$   
両辺を2で割る  
 $2x \div 2 = 4 \div 2$   
 $x = 2$



# 数 学 科 学 習 指 導 案

授業者 川 端 宏 典

1. 学年・学級 2年B組 40人
2. 授業場所 3年B組教室
3. 題 材 「平行と合同」
4. 題材について

図形の論証には、問題文中にある仮定を使って簡単に説明できるものや、三角形の合同のように仮定をいくつか組み合わせて説明できるもの、合同がいたことを用いて説明するといった、複数の段階を踏むものがある。本時においては、図形の中で等しくなるものやいえそうなものをなるべくたくさん予想させ、その中には、すぐに説明できるもの、すぐに説明できないものに分けられることや、すぐに説明できないものについてはどのようにすれば説明できるのかを考え、三角形の合同が示されたことで、線分の長さや角の大きさが等しくなることや、それらを用いて説明できることがらがあることに気付かせる。そのさい根拠を明確にする必要性を感じさせたい。

自分の考えを筋道立てて理論的に説明することで、数学的な楽しさがわかり、他者の異なる考え方をとらえることにより、学習への意欲が高まると考える。

毎時間授業ノートに自分の考えたことの書き込みや、学習記録カードでの学習の自己評価をすることで、生徒自ら学習を進め自分の可能性を開拓していく力につながると考える。

## 5. 学習目標 (評価規準の設定 基礎・基本)

基礎・基本	学習の目標	観察、操作や実験を通して、基本的な平面図形の性質を見いだし、平行線の性質や三角形の合同条件をもとにして、それらを確かめることができるようにする。
数学への 関心・意欲・態度	<ul style="list-style-type: none"> <li>・観察、操作や実験を通して、平行線や角の性質を見いだし、それを確かめようとする。</li> <li>・多角形の内角や外角の大きさについて、いろいろな方法で確かめようとする。</li> <li>・三角形のどの辺や角に着目すると2つの三角形が合同になるのかについて関心をもち、それについて調べようとする。</li> </ul>	
数学的な 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> <li>・平行線や角の性質など、基本的な図形の性質を帰納的な推論や類推を用いて予想したり、予想したことを考察したりすることができる。</li> <li>・多角形の内角の和、外角の和の性質などを、既知のことに帰着して論理的に考察することができる。</li> <li>・2つの三角形が合同になるための条件を調べ、合同条件を考察することができる。</li> <li>・簡単な図形の性質を、三角形の合同条件を用いて考察し、証明することができる。</li> </ul>	
数学的な 表現・処理	<ul style="list-style-type: none"> <li>・対頂角や平行線と角の性質を利用して、角の大きさを求めることができる。</li> <li>・平行線の性質を、同位角や錯角を用いて説明することができる。</li> <li>・2つの図形が合同であることや三角形の合同条件を、ことばや式で表したり、それをよみとったりすることができる。</li> <li>・簡単な図形の性質の証明を、よみとったり表現したりすることができる。</li> </ul>	
数量、図形などに ついての 知識・理解	<ul style="list-style-type: none"> <li>・平行線の性質や多角形の角の性質を理解している。</li> <li>・平行線と角に関する用語の意味を理解している。</li> <li>・多角形の角に関する用語の意味を理解している。</li> <li>・三角形の合同条件や、基本的な図形の性質を理解している。</li> <li>・合同な三角形の組を見いだすには、辺と角のうちの3つの要素で判断できるということを理解している。</li> <li>・三角形の合同条件を用いて、図形の性質を説明できることを理解している。</li> </ul>	

6. 学習計画（単元構成表）15時間（◎は本時で13時間目）

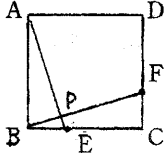
学習課程	学習の中心	基礎・基本を定着させるための視点	「学びを拓き」に関わる力	観点
多角形の 内角と外角  (3時間)	・辺と角で多角形を作る	・辺だけでは多角形は1通りに決まらないことを理解させる。	多角形は辺・角で決定できるということを考える力。(問題)	【関】
	・多角形の外角の和	・多角形の辺の上を1周することで、外角の和が1回転の角の大きさに一致することを理解させる。		【知】
	・多角形の内角の和	・多角形の1つの頂点にある内角と外角をあわせると $180^\circ$ になると、外角の和から内角の和が求められることを理解させる。		【表】 【考】
平行線と角  (4.5時間)	・対頂角、同位角、錯角	・対頂角や同位角、錯角の意味を理解させる。	2つの直線が平行になっているとき同位角・錯角はどのようなになっているか考える力。(問題)	【関】
	・平行線の性質	・平行線と同位角、錯角の関係を理解させる。		【知】
	・平行線になるための条件	・平行線の関係を、角の関係に置き換えてとらえることができることを理解させる。		【表】
	・三角形の内角の和が $180^\circ$ であることの証明 ・三角形の内角と外角の関係 (1.5時間)	・平行線の性質をもとにして等しい角をみつけられる。		【考】
振り返り (0.5時間)			自己の学習を振り返る力(評価)	
合同な図形  (6.5時間)	・合同な図形	・合同な図形の性質を理解し、活用できる。	合同な図形の性質から筋道立てて考える力(問題)	【関】
	・三角形の合同条件 (2時間)	・三角形の合同を辺や角の条件としてとらえ、合同条件を見いだすことができる。 ・三角形の合同条件を使って合同な三角形を見いだすことができる。		【知】
	◎証明の進め方 (3.5時間)	・証明の根拠となることからを明らかにしながら証明をしようとしている。		【考】 【表】
振り返り (0.5時間)			自己の学習を振り返る力(評価)	

7. 本時の目標

- ・正方形の中にかいた図からわかることをいろいろ見つけようとする。
- ・2つの三角形の合同が証明できる。
- ・三角形の合同を証明することで、線分の長さや角の大きさが等しいことを示すことができることがわかる。

項目	A	B	主な評価方法
数学への 関心・意欲・態度	・課題に関心を持ち、意欲的に問題解決に取り組もうとしている。	・課題に関心を持ち、問題解決に取り組もうとしている。	ワークシート
数学的な 見方・考え方	・三角形の合同条件を用いて見いだした図形の性質について、その一般性を考察することができる。	・三角形の合同条件を用いて考察し、証明することができる。	ワークシート 発表 学習記録カード
数学的な 表現・処理	・三角形の合同条件を適切に使い、図形の性質が成り立つわけを、的確に表現することができる。	・簡単な図形の性質の証明を、よみとったり表現したりすることができる。	ワークシート 発表

8. 本時の展開

学習活動	教師の支援	備考
<p>◎前時の復習をする。 ◎【課題】を提示</p>	<p>○学習記録カードを配布する。</p>	<p>・学習記録カード</p>
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>【課題】 正方形 ABCD の2辺 BC、CD 上に、<math>BE = CF</math> となるようにそれぞれ2点 E、F をとり、 AE と BF をひき、その交点を P とする。</p> <p>この図の中で、辺や角、形などについてどのようなことがいえますか。</p> <div style="text-align: right;">  </div> </div>		
<p>○ AE、BF をひく。 ◎説明できそうなことを書き出す。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・<math>AB=BC=CD=DA</math></li> <li>・<math>\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ</math></li> <li>・<math>BE=CF</math></li> <li>・<math>CE=DF</math></li> <li>・<math>AB//DC</math>            ・<math>AD//BC</math></li> <li>・<math>\angle ABF=\angle CFB</math>    ・<math>\angle DAE=\angle BEA</math></li> <li>・<math>AE=BF</math></li> <li>・<math>\angle BAE=\angle CBF</math>    ・<math>\angle AEB=\angle BFC</math></li> <li>・<math>\triangle AEB\equiv\triangle BFC</math></li> <li>・<math>\triangle AEB=\triangle BFC</math></li> <li>・<math>\triangle ABP</math>=四角形 <math>PECF</math>    ・<math>AE\perp BF</math></li> </ul> <p>◎すぐに説明できるものと、そうでないものに分類する。 ◎仮定からすぐに説明できるもの</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・<math>CE=DF</math> (<math>BE=CF</math> より)</li> <li>・<math>AB//DC</math>    ・<math>AD//BC</math> (錯角(同位角)が等しい)</li> <li>・<math>\angle ABF=\angle CFB</math>    ・<math>\angle DAE=\angle BEA</math> (平行線の錯角は等しい)</li> </ul> <p>◎すぐに説明できるもの</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・<math>AE=BF</math></li> <li>・<math>\angle BAE=\angle CBF</math>    ・<math>\angle AEB=\angle BFC</math></li> <li>・<math>\triangle AEB\equiv\triangle BFC</math>    ・<math>\triangle AEB=\triangle BFC</math></li> <li>・<math>\triangle ABP</math>=四角形 <math>PECF</math>    ・<math>AE\perp BF</math></li> </ul> <p>◎すぐに説明できないものは、どうすれば説明できるようになるか。 ◎<math>\triangle AEB\equiv\triangle BFC</math> を証明する</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・<math>\triangle AEB</math> と <math>\triangle BFC</math> において</li> <li style="padding-left: 20px;"><math>AB=BC</math>            ……(1) (仮定)</li> <li style="padding-left: 20px;"><math>\angle ABE=\angle BCF</math> ……(2) (仮定)</li> <li style="padding-left: 20px;"><math>BE=CF</math>           ……(3) (仮定)</li> </ul> <p>(1)、(2)、(3)より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいから <math>\triangle AEB\equiv\triangle BFC</math></p> <p>合同な図形の性質より、いえることを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・<math>AE=BF</math></li> <li>・<math>\angle BAE=\angle CBF</math>    ・<math>\angle AEB=\angle BFC</math></li> <li>・<math>\triangle AEB=\triangle BFC</math></li> </ul> <p>○<math>\triangle AEB=\triangle BFC</math> で、両辺より <math>\triangle BEP</math> をひいて</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・<math>\triangle ABP</math>=四角形 <math>PECF</math></li> <li>○<math>AE\perp BF</math> は <math>\angle APB=\angle PEB+\angle PBE=\angle CFB+\angle FBC=90^\circ</math></li> </ul> <p>○学習記録カードを記入する。</p>	<p>○ワークシートを配布する ○課題から等しいといえる辺や角を確認し、図に印を書き込ませる。 ○正方形は4つの辺・角が等しい図形であることを思い出させる。 ○できるだけたくさん書かせる。</p> <p>〈つまずきへの対応〉</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・印を書き込ませた図を見て等しくなりそうなどころはないか、個別に助言する。</li> <li>・図に印を書き込めていない者にはきちんと書き込ませる。</li> </ul> <p>○カードに書いて、黒板に提示する。 ○ペアで考えを交流し、深めさせる。 ○平行線の性質・条件を思い出させる</p> <p>○印をかき込ませた図から <math>\triangle AEB\equiv\triangle BFC</math> を示せばいいことを気付かせる。 ○三角形が合同になるためには、3つの条件のどれかに当てはまらなければならないことを思い出させる。 ○ワークシートを配布する。</p> <p>○合同な図形とはどういうことか思い出させる。 ○合同な図形は面積が等しくなることに気付かせる。 ○<math>\angle APB=90^\circ</math> となればよい。</p>	<p>・ワークシート [机間巡視] ◇積極的に取り組んでいるか。【関】</p> <p>[机間巡視]</p> <p>◇どの合同条件を使うことで合同を証明できるか。【考】</p> <p>◇三角形の合同がいえたことでどのようなことがいえるか。【表】</p>

## 9. 結果と考察

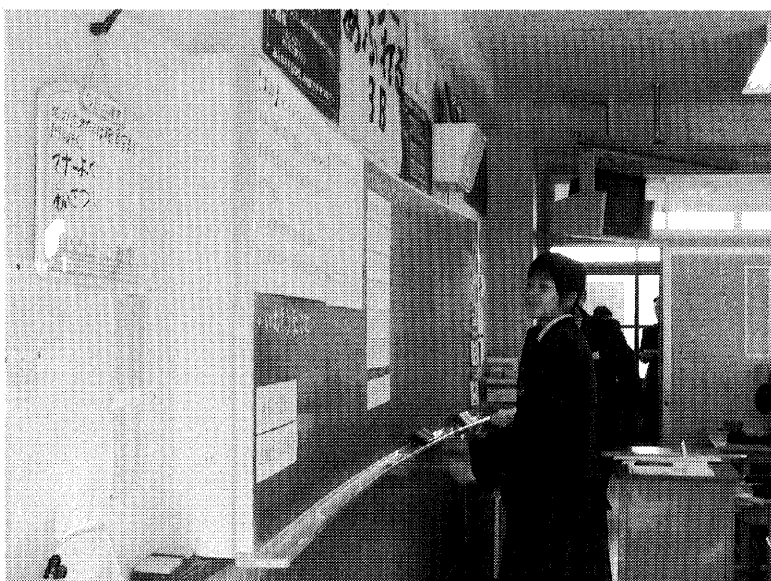
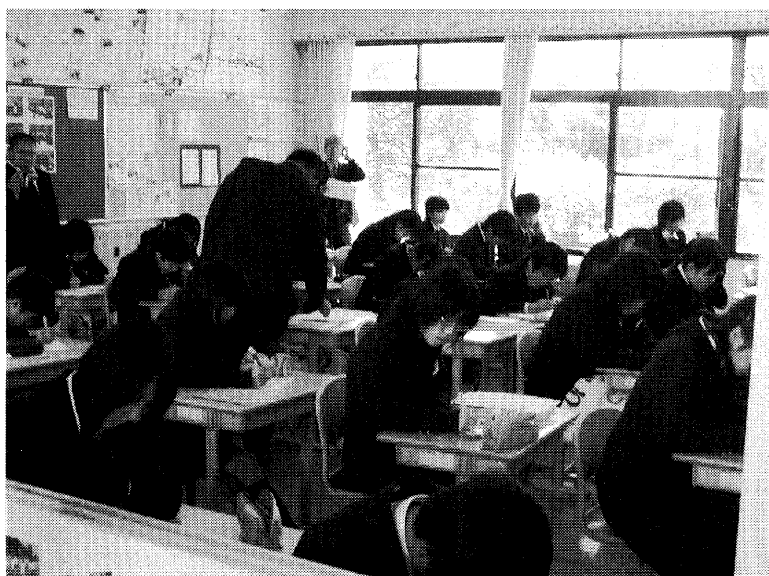
図形の論証では、いろいろな角度から図形を読みとる力をつけておくことは、今後の学習に有効に働くという思いから、課題を提示する際に、結論を与えてしまうのではなく、課題の中に書かれてある事柄からどのようなことがいえるのかを生徒にたくさん予想させたいと考えた。

たくさんの事柄を予想させることで課題の中にかかれていることをより深く読み取ろうとしていた。予想した事柄からすぐに説明できる事柄とすぐに説明できない事柄に分類し、すぐに説明できないことならについてはすぐに説明できる事柄から説明できないかを考えていた。課題の中に結論が与えられていると、生徒はその結論を導きだそうとするが、すぐに説明できる事柄をつかうことで導きだせる事柄はなにかと考えることで、生徒たちの課題への見方や考え方に広がりが見られた。

この図形の論証では、自分の意見をしっかりと言うことができるか、他者の意見をよく聞くことができるか、自分の意見と他者の意見を共有することができるかというコミュニケーション能力が大切なところである。自分の考えを発表することや自分の考えと違った他者の考えを取り入れることで、より一層理解を深めることができた。また、文字や記号を使うことで他者にわかりやすく簡潔に伝達できることも理解できたようである。

生徒が学習記録カードを記入したり、学習ノートへの自分の考えを記入することで、その日の授業について生徒自身が自然と振り返りをしていた。

コミュニケーション能力については、自分で課題をきちんと把握し考えを練り上げる時間、他者の考えを取り入れたりしながら自分の考えを深め、または考えを構築する学習の場の設定をもっと作っていくことが生徒の表現力につながると感じた。自己評価については、評価だけが目的でなく自分で課題を見つけて取り組むとき、課題全体を見通して計画を立てたり、それぞれのステップで自分を振り返りながら学習活動をしていけるような力を育てることが大切だと考える。



# 学習記録カード

ワークシート  
2年( )組( )番( )

【問題】 正方形ABCDの2辺BC, CD上に, BE=CFとなるようにそれぞれ点E, Fをとり, AEとBFをひき, その交点をPとする。  
この図の中で, 辺や角, 形などについてどのようなことがいえますか。

・いえそうなことはどんなことですか。

・すぐにいえること。(その理由も考えよう)

・ $\triangle ABE \cong \triangle BCF$  を証明する (説明)  
 $\triangle ABE$  と  $\triangle BCF$  において

・ $\triangle ABE \cong \triangle BCF$  がいえたことで, どのようなことが新たにいえますか。

【開始】 ( ) となることを説明しなさい。

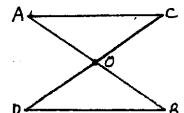
月/日	授業の内容	自分が考えたこと, 感じたこと	できるようになったことは何ですか。	何かおもしろい発見は何かありましたか。
12/7 (水)	図形の小学生 ★二等辺三角形 ・定義: 頂点, 頂角, 底辺, 底角 ・定理: (二等辺三角形の性質)	二等辺三角形についてよく分かった。定義は説明しなくていいもので、定理は証明できるといいことが分かりました。(でもいまいち分からないので) 今後習ったことをよく覚えたいと思います。	二等辺三角形の性質について分かった。証明もできるようになりました。	定義は証明しなくていい。説明もいらない。
12/12 (月)	図形の小学生 ★正三角形の定義	正三角形の性質についてよく分かりました。証明をするときは、必ず正三角形ということが分かりました。角のこともよく分かりました。証明で、正三角形を二等辺三角形と見ることが分かりました。	正三角形の小学生の性質について分かった。正三角形の性質の関係をよりよく分かった。	正三角形の性質は二等辺三角形から考える。
12/13 (火)	図形の性質 ★2つの角が等しい三角形 (二等辺三角形になる条件)	2つの角が等しい三角形の説明の仕方が分かりました。仮定→結論の考え方を定めた。定理の証明も分かりました。こんなことをこれからよくできるようにしたいです。	2つの角が等しい三角形の説明が分かった。	2つの角が等しい三角形は二等辺三角形である。
12/19 (月)	図形の性質 ★直角三角形	直角三角形について(未知)の仕方がよく分かった。もっと問題にチャレンジしていきたいです。証明の仕方がよく分かった。証明の仕方がよく分かった。証明の仕方がよく分かった。	直角三角形の性質が分かった。	直角三角形の性質が分かった。

角についてある三角形と  
図形は辺と角の大きさが大切ですね。

- ・いえそうなことはどんなことですか。
  - ・ $\triangle ABE$  と  $\triangle BCF$  は合同
  - ・辺AEと辺BFの辺の長さが等しい
  - ・ $\angle PEB$  と  $\angle PFC$  の角の大きさが等しい
  - ・ $AB=BC=CD=AD$
  - ・ $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
  - ・ $AD \parallel BC$
  - ・ $AB \parallel DC$
  - ・ $AB \perp BC$
  - ・ $\angle APF = \angle BPE$
  - ・ $EC = FD$
  - ・すぐにいえること。(その理由も考えよう)
  - ・ $AB=BC=CD=AD$  ... 仮定
  - ・ $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$  ... 仮定
  - ・ $\angle APF = \angle BPE$  ... 対頂角は等しい
  - ・ $AD \parallel BC$  ... 錯角(同位角)が等しい
  - ・ $AB \perp BC$  ... 仮定
  - ・ $EC = FD$
- $BC=CD$   
 $BE=CF$  } 仮定

:(問-)

- 2つの直線AB, CDがそれぞれの中点で交わっているとき  $AC=BD$  となることを証明しろ
- ・仮定... (2つの直線AB, CDがそれぞれの中点で交わる)
- ・結論...  $AC=BD$



(証明)

- ABとCDの交点をOとする  $\triangle AOC$  と  $\triangle BOD$  で
- 仮定より  $AO=BO$  ... ①  $DO=CO$  ... ②
- 対頂角より  $\angle AOC = \angle BOD$  ... ③
- ①②③より、「2辺とその間の角がそれぞれ等しい」から  $\triangle AOC \cong \triangle BOD$  よって  $AC=BD$

かんそう  
また新しくならした①でおぼえておきたい



# 数 学 科 学 習 活 動 案

授業者 西口 正純

1. 学年・学級 3年A組 40名
2. 授業 場所 3年A組 教室
3. 題 材 「三平方の定理」
4. 題材について

1年では、対称性に着目をして図形の性質を発見したり、作図をしたり、その性質が成立する理由を考察したりしてきた。2年では、論証によって図形の性質を調べる方法を学んできた。3年の相似からは平行線と線分の比など、生徒にとって新しい発見となるものが増えてきている。それに続いて本単元では、教材としての価値の重要性だけでなく、応用場面が豊富な「三平方の定理」を学習する。

また、この単元の後半では「三平方の定理の応用」として、平面図形や空間図形に定理を活用することにより、この定理のよさ、および実用性が実感できる授業を計画している。定理そのものの理解と同時に、計量の手段として応用できるようにさせたいと考えている。

本時は、三平方の定理の「美しさ」を感得させたい。生徒は「平方根」の導入段階で新しい数を知ったとき、大きな驚きを感じたことだろう。この学習経験をふまえて、直角三角形の3辺の長さの関係についても、生徒自らが考えてみつけられるように敷石の模様を紹介し、学習意欲を高めたい。そのことが、主体的に三平方の定理の証明に取り組む生徒の育成につながると考える。三平方の定理は、証明方法がいろいろあることでも有名である。そこで、一種類の証明をするだけで終わらず、生徒が他の証明方法を自ら選び、同じ証明を選んだ生徒間での話し合いができる場を設定する。そこでは、自分の考えを論理的に説明するだけでなく、他人の考えを聞き自分の思考に役立て、数学的に考え処理する力をつけたい。また、授業の終わりには、自己評価表を準備し、本時のまとめと次時へのステップにしたいと考えている。

## 5. 学習目標（評価規準の設定 基礎・基本）

基礎・基本	学習の目標	三平方の定理とその証明方法について理解し、これを図形の計量などに用いられるようにする。
数学への 関心・意欲・態度	<ul style="list-style-type: none"> <li>・直角三角形の3つの辺それぞれを1辺とする正方形の面積の間の関係に関心を持ち、その関係をいろいろな直角三角形で調べようとする。</li> <li>・三平方の定理の歴史やいろいろな証明方法に関心を持ち、それについて調べようとする。</li> <li>・いろいろな問題の解決に、三平方の定理を利用しようとする。</li> </ul>	
数学的な 見方・考え方	<ul style="list-style-type: none"> <li>・いくつかの直角三角形について、辺の長さに着目して考察し、帰納的に三平方の定理を見出すことができる。</li> <li>・三平方の定理について、直角三角形の辺の関係ととらえたり、直角三角形の各辺を1辺とする正方形の面積の関係ととらえたりすることができる。</li> <li>・三平方の定理のいろいろな証明方法を考えることができる。</li> <li>・いろいろな図形の中に直角三角形を見だしたり、補助的につくり出したりするなど、三平方の定理を適用するためのくふうをすることができる。</li> </ul>	
数学的な 表現・処理	<ul style="list-style-type: none"> <li>・三平方の定理を利用して、直角三角形の未知の辺の長さを求めることができる。</li> <li>・三平方の定理の逆を使って、三角形が直角三角形であるかどうかを判断することができる。</li> <li>・三平方の定理を使って目的の辺の長さを求めることができる。</li> </ul>	
数量、図形 などについての 知識・理解	<ul style="list-style-type: none"> <li>・三平方の定理やその逆を理解する。</li> <li>・特別な直角三角形の辺の比を理解する。</li> </ul>	

6. 学習計画（単元構成表） 12時間（◎は本時で1時間目）

学習過程	学習の中心	基礎・基本を定着させるための視点	「学びの拓き」に関わる力	観点
三平方の定理  (3時間)	◎三平方の定理と証明	直角三角形の3つの辺をそれぞれ1辺とする正方形の面積の関係について、作業を通して関心をもち、調べようとする。 いくつかの直角三角形について、辺の長さに着目して考察し、帰納的に三平方の定理をみいだすことができる。 三平方の定理を理解する。	三平方の定理を、いろいろな証明法で証明できる力(問題)	【関】 【考】  【表】
	三平方の定理を使って辺の長さを求める	直角三角形の2辺の長さを知って、残りの辺の長さを計算によって求めることができる。	いろいろな直角三角形に対応できる力(問題)	【表】
三平方の定理の逆  (1.5時間)	三平方の定理の逆を知る	三平方の定理の逆と、その証明を理解する。 3辺の長さを知って、その三角形が直角三角形かどうかを判断することができる。		【知】
振り返り (0.5時間)			自己の学習を振り返る力(評価)	
平面図形への応用  (3時間)	三角形の高さを求める 特別な直角三角形の辺の長さの比	平面上の線分の長さを求めるのに、三平方の定理を活用しようとする。	平面図形の中に直角三角形を見いだすくふうをし、三平方の定理を利用して問題を解決することができる力(問題)	【関】 【考】
	円の接線、弦の長さを求める	円の接線の長さを求めることができる。		【表】
	2点間の距離を求める	2点の座標から、2点間の距離を求めることができる。		【表】
空間図形への応用  (2時間)	直方体の対角線を求める	空間内の線分の長さを求めるのに、三平方の定理を活用しようとする。 直方体の対角線の意味を理解し、その長さを求めることができる。	空間図形の中に直角三角形を見いだすくふうをし、三平方の定理を利用して問題を解決することができる力(問題)	【関】 【表】
	角錐や円錐の体積を求める	三平方の定理を利用して角錐や円錐の高さを求め、その体積を計算することができる。		【表】
三平方の定理の応用 (1時間)	三平方の定理を活用していろいろな問題を解決する	三平方の定理を活用して、最短距離の問題や方程式ができる問題などを解くことができる。	三平方の定理を活用していろいろな問題を解こうとする力(問題)	【関】 【表】
振り返り (1時間)			自己の学習を振り返る力(評価)	

## 7. 本時の目標

三平方の定理を理解し、いろいろな証明を考える。

項目	A	B	主な評価方法
数学への関心・意欲・態度	三平方の定理に関心をもち、いろいろな証明方法に取り組もうとする。	三平方の定理や歴史に関心をもつ。	ワークシート 発表・観察
数学的な見方・考え方	三平方の定理のいろいろな証明方法を考えることができる。	三平方の定理について、直角三角形の辺の関係ととらえることができる。	ワークシート 発表・観察
数学的な表現・処理	三平方の定理の証明を、正確に複数記述することができる。	三平方の定理の証明を記述することができる。	ワークシート
数量、図形などについての知識・理解	三平方の定理やその歴史を十分に理解することができる。	三平方の定理を理解することができる。	ワークシート

## 8. 本時の展開

学習活動	教師の支援	備考
<p>1. ピタゴラスを紹介し、定理発見のきっかけとなった石畳の話聞く。</p> <p>2. 直角三角形の3辺上にできる正方形の関係を考える。</p> <p>①図の中にある図形を見つける。</p> <p>②3つの正方形の関係を考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・本時の授業に興味、関心をもたせる。</li> <li>・石畳の図を掲示する</li> <li>・石畳の図は、定理発見のきっかけとなった模様であることを伝える。</li> <li>・ピタゴラスも同じことを考えたことを伝える。</li> <li>・直角三角形で、直角をはさむ辺上にできる正方形の面積の和は、斜辺上にできる正方形の面積の和に等しいことに気づかせる。</li> </ul>	<p>◇積極的に石畳の図から図形をさがし、3つの正方形の関係を考えているか。【関】</p>
<p>問題 ①ワークシートA(1)の図で、3つの正方形の面積をP、Q、Rとします。P、Q、Rの値を求め、表に書き入れましょう。</p> <p>②(2)、(3)の図に(1)と同じような図をかき、3つの正方形の面積を求めてみましょう。</p>		
<p>3. いろいろな種類の直角三角形をかき、正方形の面積の間の関係について考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・底辺が3 cm、高さが2 cmの直角三角形の場合(図1)</li> </ul> <p>底辺と高さをそれぞれ1辺とする正方形の面積の和は</p> $9 + 4 = 13$ <p>斜辺を1辺とする正方形の面積は</p> $3 \times 4 + 1 = 13$ <p>よって、底辺と高さをそれぞれ1辺とする正方形の面積の和が、斜辺を1辺とする正方形の面積に等しくなる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・まず目ごとにさまざまな長さで考えさせる。</li> <li>・斜辺を1辺とする正方形の面積を求めるために、正方形の中に直角三角形をうまくつくり、考えさせる。</li> <li>・より多くの場合を考えさせる。</li> <li>・大きな正方形の面積を求めるための方法を考えさせる。</li> <li>・実際にまず目を数えて面積を予想させる。</li> <li>・直角三角形のおき方は、図1に統一しておく。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ワークシートA</li> <li>◇2つの正方形の面積と、大きな正方形の面積との関係を調べることができたか。</li> <li>【表】【机間巡視】</li> </ul>

学 習 活 動	教 師 の 支 援	備 考
<div data-bbox="156 241 331 443" data-label="Image"> </div> <p>・他の直角三角形の場合についても考える。          ・3つの正方形の面積の間を考える。</p> <p>4. 予想する <math>P+Q=R</math> (<math>a^2+b^2=c^2</math>)</p> <p>5. 予想を確かめる          1辺 <math>c</math> の正方形、直角をはさむ2辺の長さ <math>a, b</math> の直角三角形を使って確かめる。</p> <div data-bbox="172 857 347 1037" data-label="Image"> </div> <p>(1辺が <math>c</math> の正方形の面積)  <math>=</math> (外側の正方形の面積)  <math>-</math> (<math>\triangle ABC</math> の面積) <math>\times 4</math></p> $c^2 = (a+b)^2 - \frac{1}{2}ab \times 4$ $= (a^2 + 2ab + b^2) - 2ab$ $= a^2 + b^2$ <div data-bbox="159 1384 647 1619" data-label="Text" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>三平方の定理              定理 直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを <math>a, b</math>、斜辺の長さを <math>c</math> とすれば、次の関係が成り立つ。  <math>a^2 + b^2 = c^2</math></p> </div> <p>6. 他の証明方法を考える          ・ワークシートの中から証明を選んで取り組む。</p> <p>7. まとめ          ・わかったことをまとめる。          ・自己評価カードを記入する。</p>	<p>・ <math>P, Q, R</math> の間を考えるさせ、予想を立てさせる。          ・ 直角三角形、正方形の組み合わせを考えさせる。          ・ 3辺の長さが <math>a, b, c</math> で、<math>\angle c = 90^\circ</math> の直角三角形を、1辺が <math>c</math> である正方形のまわりにかくと、外側には、1辺が <math>a+b</math> の正方形ができることを発見させる。</p> <p>・ <math>(a+b)^2</math> の展開は、和の平方の公式を思い出させる。</p> <p>・ 三平方の定理、ピタゴラスの定理ということを知らせる。</p> <p>・ ワークシートBを配布する。          ・ 個人で証明方法を選択させ、同じ証明を選んだ生徒をグループにさせる。          ・ 証明の進まない生徒には、ヒントカードを配る。</p> <p>・ 自己評価カードを配布する。</p>	<p>◇確かめに使える組み合わせを考えることができたか。【考】</p> <p>◇すじみち立てて証明することができたか【表】</p> <p>◇<math>a^2 + b^2 = c^2</math> と表されることが理解できたか。【知】</p> <p>・ ワークシートB          ◇積極的に新しい証明に取り組んでいるか          ・ ヒントカード          【関】【机間巡視】</p> <p>・ 自己評価カード</p>

## 9. 結果と考察

当初の計画では、ピタゴラスが定理を発見する逸話を紹介し、直角三角形の直角をはさむ辺上にできる正方形の面積の和は、斜辺上にできる正方形の面積に等しいことを操作活動により確かめ、その後各種の証明を紹介するものであった。しかし、それでは1時間で証明まで発展させることができないのでこのような授業を行った。第2時は、生徒が考えてきた証明を発表させ、いろいろな方法でピタゴラスの定理が証明できることを学習した。

今までの私の授業を振り返ると、定理の証明は1つしか生徒に与えず、それも教師が生徒に解説する方法をとってきたことが多かった。しかし、それでは生徒が自ら学習しようとする態度は生まれない。ユークリッドの証明はかなりハイレベルなもので、全員の生徒が理解できたかは少し疑問だが、生徒が説明しているのを聞いている子ども達の目は真剣で、教師が説明を与える授業より効果的だった。

2時間の授業の後、生徒が進んでインターネットを利用して定理の証明を探したり、休み時間にそれぞれが調べてきた証明を紹介しあう姿も教室でみかけられた。

反省点としては、本時の学習内容が多すぎたことである。授業者の思いは、1時間で1種類の証明を完成させ、他の証明は家庭学習とし、次時に証明方法を生徒自らが説明するものであった。そのため、定理が発見された逸話や、代表的な証明に時間をかけることができなかった。

本時は、授業形態としてTTが望ましかったように思われる。それぞれの証明方法を全生徒の前で発表するのも効果的だが、クラスを4つのグループに分け、2つのグループを1人の教師で担当する方法も考えられる。

### 【授業後の自己評価より】

①今日の授業であなたがわかった新たな内容は何ですか。

- ・直角三角形の3辺には関係があること
- ・直角三角形の1辺の長さは定理を使えばすぐに分かること。
- ・三平方の定理を初めて知って、いろいろ役立ちそうだと思います。
- ・斜辺の長さの2乗は他の2辺の2乗の和に等しいことを証明できるのだということ。

②三平方の定理を使ってどんなことができると思いますか。

- ・三角形の高さを求めることができる。
- ・今まで解けなかった図形の問題を解くことができる

③今日の授業で、理解が不十分だと思う内容は何ですか。

- ・ユークリッドの証明方法が難しい。
- ・どんな問題で三平方の定理を使ったらよいか。

④今後やりたいこと

- ・インターネット等を利用して、いろいろな証明を探したい。

### 【生徒のワークシートより】

#### ○ 正方形の面積による証明

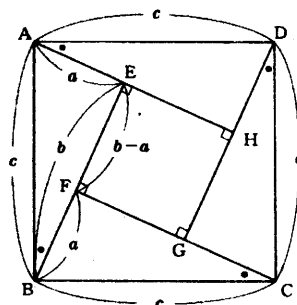
正方形ABCDの面積:  $c^2$

$\triangle ABE \cong \triangle BCF \cong \triangle CDG \cong \triangle DAH$

→ 1つの直角三角形の面積:  $\frac{ab}{2}$

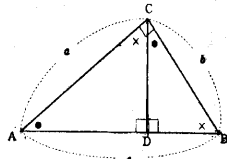
正方形EFGHの面積:  $(b-a)^2$

$$\begin{aligned} \Downarrow \\ \frac{ab}{2} \times 4 + (b-a)^2 &= c^2 \\ 2ab + b^2 - 2ab + a^2 &= c^2 \\ a^2 + b^2 &= c^2 \end{aligned}$$



三角形の相似を使った証明

△ABCと△ACDにおいて。  
 所定より、∠ACB=∠ADC=90° - ①  
 ∠Aは共通 - ②  
 ①、②より、△ABC∽△ACD - ③  
 △ABCと△CBDにおいて同様にし、  
 △ABC∽△CBD - ④



ここで、  
 ③、④より、対応する辺の比は等しいので、

$$\begin{aligned} AC:AB &= AD:AC \\ \hookrightarrow a:c &= AD:a \\ CB:AB &= DB:CB \\ \hookrightarrow b:c &= DB:b \end{aligned}$$

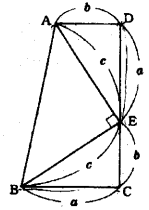
$$\begin{aligned} \text{よって、} a^2 &= AD \cdot c \\ b^2 &= DB \cdot c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{両辺を足すと、} a^2 + b^2 &= (AD + DB) \cdot c \\ a^2 + b^2 &= c \cdot (AD + DB) \\ AD + DB &= c \text{ だから、} \end{aligned}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

アメリカ合衆国第20代大統領ガーフィールドによる証明

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(a+b)^2 - ab &= \frac{1}{2}c^2 \\ \frac{1}{2}a^2 + ab + \frac{1}{2}b^2 - ab &= \frac{1}{2}c^2 \\ \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 &= \frac{1}{2}c^2 \quad (\times 2) \\ a^2 + b^2 &= c^2 \end{aligned}$$



$\frac{1}{2}(a+b)^2$  は台形の面積  $\rightarrow \frac{(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ}}{2}$

$ab$  は △ADE と △ECB の面積の和  $\rightarrow a + b + \frac{1}{2} \times 2 = ab$

$\frac{1}{2}c^2$  は △ABE の面積  $\rightarrow c + c + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}c^2$

ユークリッドによる証明

△EABと△PADにおいて。  
 ① 四角形AEFP, ABCDは正方形よ  
 EA = PA - ①, AB = AD - ②

$$\begin{aligned} \text{また、} \angle EAB &= \angle EAP + \angle PAB \\ &= 90^\circ + \angle PAB \\ \angle PAD &= \angle BAD + \angle PAB \\ &= 90^\circ + \angle PAB \end{aligned}$$

よって  $\angle EAB = \angle PAD$  - ③

①、②、③より2辺と1角がそれぞれ等しいので、△EAB ≅ △PAD

また、等積変形すると、△EAB = △EAP, △PAD = △IAD

$$\text{よって、} \triangle EAP = \triangle IAD$$

$$\text{加えて、} \triangle EAP = \frac{1}{2} \text{四角形AEFP}, \triangle IAD = \frac{1}{2} \text{四角形ADJI}$$

$$\text{よって、四角形AEFP} = \text{四角形ADJI}$$

$$\text{同様にして、四角形BGHP} = \text{四角形BCJI}$$

$$\text{正方形ABCD} = \text{四角形ADJI} + \text{四角形BCJI}$$

$$\text{よって正方形ABCD} = \text{四角形AEFD} + \text{四角形BGHP} \quad \rightarrow \text{従って } c^2 = a^2 + b^2$$

