

# 算数的表現力を重視した「かけ算」の授業

## ～言葉や図を使って、数学的な思考力を培う～

土岐 哲也

「数学的な思考力」を伸ばすための授業を実践した。その手段として、「思考のずれ」を生かしながら「算数的表現力」を育むことに焦点をあてた。算数的表現力によって、自分の考えと他者の考えを比較検討することで思考が深まり、学びの質が高まると考えた。「算数的表現力」とは、思考の過程を言葉や図で表すことである。ここでは、児童の語り始めの言葉に着目して検証した。その結果、子ども同士で問いを見つけ、意見を交流し問題解決に向かう姿、学びの質の高まりも見ることができた。しかし、思考の過程を文字にして残していくことや児童だけでなく数学的な思考を促す言葉（発問）が課題として残った。

キーワード：数学的な思考力、算数的表現力（※注1）、学びの質の高まり、思考のずれ

### 1. 本実践の主張点

本実践の主張点は、次のことである。

基準となる1つ分の量およびそれがいくつ分という考え方を大切にし、個々の考えを交流させることで、多様な見方や図と式を結びつけた見方を養うとともに表現する力をつけられる。

#### 1. 1. 数学的な思考力と算数的表現力

今、教育現場では学力向上が叫ばれている。しかし、どんな学力をつけさせるのか曖昧なところがある。新学習指導要領では、前指導要領の理念である「生きる力」が引き継がれた。その「生きる力」の中に「基礎的・基本的な知識及び技能を確実に習得させ、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくむ」とある。すなわち、子どもたちが社会に出たときに必要な力は、問題点を見つけ、問題解決の糸口となる情報を収集し、自ら考え、自ら判断することである。

そういう視点から、算数科においてどんな力が大切なのか考えたとき、「数学的な思考力」がその中心となるであろう。「数学的な思考力」を駆使することによって初めて、自ら考え、自ら判断し、どんな知識や技能を使ったらよいか、考えられてくるのである。また、そういった考え方を深めるためには、自分の考えを他者の考えと比較することが大切になってくる。他者の考えと比較することで、今まで自分の中になかった新しい考え方が獲得できる。この繰り返しが「考える」訓練となり思考が深まっていくのである。

他者との考えを比較するためには、自分の考えをいろんな形で表現することが必要となる。その表現する力が、算数的表現力である。算数的表現力とは、自分

の考えを絵や図表、言葉や文字にして表現することで、さらに算数の世界が広げられるようなものである。

#### 1. 2. 思考のずれと算数的表現力

算数的表現力を育むには、子どもたちが表現したくなるような問いがなければならない。そこで、子どもたちの中から問いが生まれるような仕掛けをつくるよう心がけてきた。そうすることで、子どもたちが問題解決に向かったとき、「あれ、ぼくの考え方がちがうよ。」「おかしいなあ、これはどうなっているの。」「こんな方法もあるよ」という声を引き出せるのである。これが子どもたちの思考のずれである。思考のずれが生じたときの子どもたちは、既習事項を活用したり、見方を変えたりして問題解決にあたる。そして、自分の考えを一生懸命説明しようとする。その結果、子ども同士の話し合いの中で、課題に対して多様な見方ができるようになったり、新しい考え方が発見できるようになったりする。このような子どもたちの姿を学びの質の高まりととらえる。以上のことから、算数的表現力を育むことで、自分の考えと他者の考えを比較し思考が深まり、学びの質が高まると考えた。

#### 1. 3. 「かけ算」で大切にしたいこと

かけ算は、子どもたちが初めて出会う計算の方法である。かけ算の考え方を身につけると算数の世界も広がる大切な単元である。かけ算というと、九九が真っ先に思い浮かぶ。しかし、初めて出会う計算方法であるから、九九と同様にかけ算の意味理解を大切に扱わなければならない。「数学的な思考力」という点においても次の3つを大切にしたい。

第1は、「いくつ分」にあたる数を式に表す考え方を明確にすることである。かけ算には、子どもたちがこれまで学習してきた「たし算・ひき算」

の考え方とは大きく異なる点がある。例えば、単位を伴った文章問題の解決場面を考える。答えが $5 + 3 = 8$ という式の場合、式の中で用いられている5, 3, 8という数字は全て同じ単位の数を表している。ところが、かけ算の $5 \times 4 = 20$ という式の場合、5と20は同じ単位の数であるが4はまったく意味の異なる数である。この「いくつ分」にあたる数を式に表すという考え方が、子どもにとって未知なのである。このことを明確にしていくことが大切である。

第2は、基準となる1つ分の量が同一のものでなければならないということである。かけ算は同数累加の考え方で処理できるということだけではない。例えば、「1個50円の消しゴムと1本50円の鉛筆と1袋50円の鉛筆キャップを買った代金はいくらでしょう？」というような問題を考える。このような問題場面であれば、代金は $50 + 50 + 50$ で表すことができる。また、その計算だけなら $50 \times 3$ でも求められる。しかし、事柄自体はたし算であって、決してかけ算ではない。なぜなら、50のもつ意味がまったく異なっているからである。かけ算であれば、基準となるものが同一のものでなければならない。よって、基準となる1つ分の量およびそれがいくつ分ということを意識づける必要がある。

この2つのことを子どもたちの身の回りの物を使い、話し合いを通して理解させたい。

第3に、九九の構成である。かけ算の意味理解ができていながら「何のいくつ分」という既習事項を使って構成できるはずである。九九の構成は、5の段から始めるのであるが、その際アレイ図を使って考えさせる。子どもたちは、2の段、3の段とアレイ図を使って九九を構成していく。その途中、ドットの見方によっては $5 \times 2 = 2 \times 5$ になっていること、すなわち既習事項の九九を使って求められることに気付かせたいと考えた。その時、計算としては正解だがかけ算の意味としてはまちがっているのではないかという考えを outs させたい。基準となる1つ分の量をどうとらえるかによって、いろいろな式の表し方ができることを学習していく中で、数の規則性や多様なもの の見方が養われていくのである。

## 2. 研究の方法

検証にあたって、算数的表現力を次のよう分類した。

- ①「そうしたら」「でも」「だったら」などの語り  
はじめの言葉を使った意見発表
- ②ノートなどへの文章による表現
- ③絵や図表を使った表現

### ④具体物の操作による表現

これらの4つが授業の中で使われるようになっていくかどうかを観察する。ひらめきがすばらしく、思ったことはすぐに言いたいというクラスの実態を考え、①の語りはじめの言葉を使った発表に重点をおくことにした。また、算数的な表現力育成の中で、

- ①自ら進んで問題や目的・内容を明確にしようとするようになったか。
- ②問題に含まれる既習事項や条件に基づいて考えられるようになったか。
- ③対象について多様な見方ができるようになったか。

の3点について、子どもの意見発表や書き表したノートから変容をみとり、学びの質の高まりを明らかにしていく。

算数的表現力を育むための手だてとして、

- a) 「思考のずれ」を生かした授業の実現
- b) 操作活動を取り入れた授業構成
- c) 話し合い活動を取り入れた授業構成

の3つを考え、研究を進めた。

## 3. 授業の実際

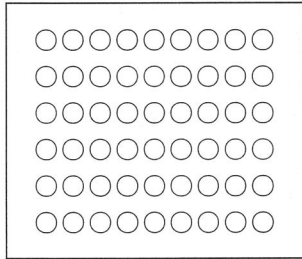
子どもたちは、2年生になって、「ひょう・グラフととけい」「かくれた数はいくつ」の単元で自分の考えを表現するためのアイテム(表やグラフを書くこと、線分図で表すこと)を学習してきた。「ひょう・グラフととけい」の単元では、みんなのしたいあそびや好きな食べ物などのアンケートをとって表・グラフに表す活動(具体的な操作活動)を通して、一見乱雑に見える対象でもその中にある共通点を見つけ出し整理すれば、比較しやすくなることを学んだ。「かくれた数はいくつ」の単元では、加減の逆思考を線分図で考えることを学んできた。「たし算とひき算」の単元では、足し方を唱えながら数え棒やおはじきを操作することを徹底して行い、黒板に問題を解きにくるときも、掲示用のおはじきを使って説明させるようにしてきた。

このように、表・グラフやおはじき、線分図を知識としてとどめておくのではなく使うことに重点を置いて指導してきた。そうすることで、言葉だけでうまく伝わらないとき、そういったものを使って説明しようという態度が身に付き、算数的表現力を育てられるのである。

### 3. 1. 「かけ算」の授業

「かけ算」の単元において、最終的に、子どもたちが自分の力で、既習事項を駆使し、九九をこえたかけ算の答えをいろんな方法で見つけられるようになることを目指した。

ここで、6の段の授業を振り返ってみることにする。この授業のときも今までと同様、導入に図1のようなドットを提示した。



(図1 6の段のドット図)

子どもたちは、「今日は、6の段の勉強だ。」とロ々に言う。

「6の段で、答えがすぐわかるかけ算って何だろう。」と問いかけると、

$6 \times 1$ ,  $6 \times 2$ ,  $6 \times 3$ ,  $6 \times 4$ ,  $6 \times 5$ ,  $6 \times 0$ ,  $6 \times 10$

が、あげられた。理由は、 $6 \times 1 = 1 \times 6$ と同じで、 $1 \times 6$ は九九の1の段で習っているからと言う。残りの $6 \times 2$ から $6 \times 5$ も同じ理由で説明することができた。 $6 \times 0$ ,  $6 \times 10$ については「6がいくつ分」という考え方で説明できた。さて、ここからが問題である。今までは、 $6 \times 6$ ,  $6 \times 7 \dots$ と順に考えていくはずであるが、この授業の時は、いきなり $6 \times 9$ から考えさせた。ねらいは、今までの考え方からの脱却であった。いつもは、 $6 \times 5 = 5 \times 6 = 30$ を手がかりにして $6 \times 6 = 6 \times 5 + 6$ のようにして順に考えてきた。このときは $6 \times 6 \sim 6 \times 8$ をとばして $6 \times 9$ を提示した。子どもたちの解決方法として次の3つを予想してた。

- ① 今までのように $6 \times 9$ まで順に足す
- ②  $6 \times 9$ のドットの図を今まで習った九九が使えるように分解する
- ③  $6 \times 10$ から6を引く ( $6 \times 10 - 6$ )

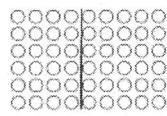
このことを子どもたちの「思考のずれ」ととらえ、子どもたちがどのように問題を解決し、算数の世界を広げていけるか期待した。

子どもの様子を見て回ると、多くの子どもたちが今までの方法で解決しようとしていた。中には、「 $6 \times 9$ の答えを出す途中で、全部の答えがわかったよ」と言う子もいた。順に答えを求めていたからである。

しかし、図2のような考え方をしている子もいた。線を1本引いてドットのかたまりを2つに分けていた。ドットを2つのかたまりに分けて、4の段と5の段を使って答えを出していた。既習事項をできるように考えた結果をうまく表現できている。他にも線の入れるところがちがっているが、このような考え方をしている子が7人いた。解決方法の話し合いの時、この方法が出される

かけ算九九

(6)の段



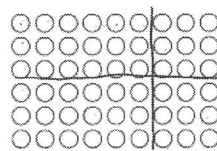
「ほう! 1本引くと5の段をつかう。上の4列分では(左)  $4 \times 6 = 24$  (右)  $5 \times 6 = 30$  だ。これに  $24 + 30 = 54$ 。6x9の答えは54です。」

図2 縦の線で分けて

所に線を入れると別の九九で答えを出せるよ」と言いだした。3の段と6の段を使って、 $3 \times 6$ と $6 \times 6$ を足して求めようとした

かけ算九九

(6)の段



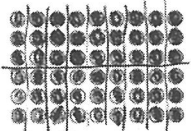
$3 \times 6 = 18$   
 $6 \times 6 = 36$   
 $18 + 36 = 54$   
 $3 \times 9 = 27$   
 $3 \times 9 =$

(図3 横の線で分けて)

に線を引いた(図3の横線は後で書き足したもの、式は下段)。「これなら3の段だけで答えが出せるよ」と説明した。「ぼくも同じだ」と言う子も現れた。見てみると横線で2つに分けて3にかたまりをたくさん作っている(図4)。子どもたちも横に線を引くのかと大いに納得した様子であった。さらに、「別の九九が使えるよ」と言い出す子も出てきた。別の所に線を引き、 $2 \times 9$ と $4 \times 9$ の答えを足すという方法を説明した。「私は、線を引かなくても答えを出したよ(図5, 中ほど)」という意見が出た。「 $6 \times 10$ は6が10のことということでしょ。6

かけ算九九

(6)の段



$3 \times 9 = 27$   
 $3 \times 9 = 27$   
 $54$   
 $6 \times 0 = 0$   
 $6 \times 1 = 6$   
 $6 \times 2 = 12$   
 $6 \times 3 = 18$   
 $6 \times 4 = 24$   
 $6 \times 5 = 30$   
 $6 \times 9 = 54$   
 $6 \times 10 = 60$

(図4 3の段を使って)

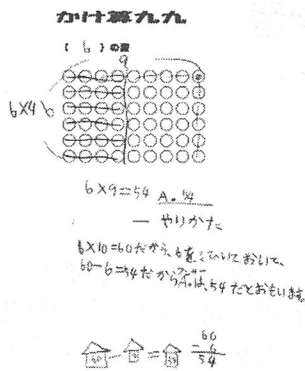
線を引く、 $2 \times 9$ と $4 \times 9$ の答えを足すという方法を説明した。「私は、線を引かなくても答えを出したよ(図5, 中ほど)」という意見が出た。「 $6 \times 10$ は6が10のことということでしょ。6

と子どもたちは「なるほど」と納得していた。「私も同じところで分けたけど、6の段だけでできたよ」と続く。 $6 \times 4$ と $6 \times 5$ を足すという方法であった。すると、「だったら」と始まった。「だったら、違う

「だったら、違う所に線を入れると別の九九で答えを出せるよ」と言いだした。3の段と6の段を使って、 $3 \times 6$ と $6 \times 6$ を足して求めようとした

(図3の縦線だけのとき)。また、別の子が「でも、 $6 \times 6$ の答えはわかってないんじゃないかなあ。わかってないのを使ったらだめだよ」と言う。そこから、子どもたちはまた、線の引ける場所を探し始めた。するとすぐ、これ

ならいけると、横に線を引いた(図3の横線は後で書き足したもの、式は下段)。「これなら3の段だけで答えが出せるよ」と説明した。「ぼくも同じだ」と言う子も現れた。見てみると横線で2つに分けて3にかたまりをたくさん作っている(図4)。子どもたちも横に線を引くのかと大いに納得した様子であった。さらに、「別の九九が使えるよ」と言い出す子も出てきた。別の所に線を引き、 $2 \times 9$ と $4 \times 9$ の答えを足すという方法を説明した。「私は、線を引かなくても答えを出したよ(図5, 中ほど)」という意見が出た。「 $6 \times 10$ は6が10のことということでしょ。6



(図5 引き算を使って)

こと、引く方法でも答えが出せることをまとめた。たくさんの方が見つけたことを評価して終わった。

#### 4. 授業の考察

ここで、先の授業を考察してみる。まず、ドットを見た瞬間6の段の学習であることを予測した。そして、6の段の九九で答えがすぐに解るものと、すぐに解らないものに分け問題を明確にした。そこで、今まで学習してきたことを振り返り確認することができた。確認しあえたことで、6の段の答えは、今までと同じ方法で見つけれらると見通しを立て、 $6 \times 5$ に6を順次足していく方法をとった。他の九九のときもアレイ図を使って、同じような問題を繰り返し学習してきたことが功を奏した。しかし、課題を $6 \times 9$ にしたことで、順次足していく方法では効率が悪く、もっと別の方法があるのではないかと、よりよい見通しを立てようとする方向に進んだ。ここで、子どもたちの「思考のずれ」が生まれた。子どもたちの何人かは、線を引いてドットのかたまりを2つに分け、他の九九が使えるようにしようと筋道を立てて考えた。

また、「線を引けば、他の九九が使える」という意見に対しては、違う場所に線を引けば、発表で出た4の段と5の段以外の九九が使えるだろうと類推を働かせた。そして横に線を引くことで、さらにいろんな九九で表すことができることを発見できた。さらに、 $6 \times 10 - 6$ という、わかりやすく簡単な方法を考え出すことができた。

ここで次のような数学的な思考力がみられた。

- ・問題を明確にしよう
- ・ドットの数を数えやすい方法を工夫しよう
- ・分けて考えよう
- ・別の物に置き換えよう
- ・式で表そう

これらの姿が伺えるきっかけとなったのが、

$\times 9$ は6が9こということだから $6 \times 10$ より6こ少なくなるから6を引けばいいんじゃないかな」と説明した。子どもたちは「今までと逆だよ。減っていくから引けばいいんだ」とこれも納得できたようであった。

図の見方でいろんな九九が使えるようになる

「じゃあ」、「でも」、「そしたら」という語りはじめの言葉の表現であり、図を使つての表現であることが確認できた。また、「思考のずれ」がその原動力となり、話し合いで新しい方法を獲得していく姿も確認できた。

#### 5. 成果と課題

授業の検証から、算数的表現力を育めば、学びの質も高まることが明らかになった。興味・関心をひく教材や思考のずれが、子どもたちから発せさせることもわかった。

子どもたちは、ひとたび興味をもてばその解決にどんどん突き進んでいく。授業が終わっても「もう少し」「あとちょっと」と手をとめようとしない。今回の「かけ算」の授業では、このような子どもたちの姿をよく目にすることができた。それは、互いに考えを交流する中で新しい考え方を身につけていける喜びからだと考える。そう考えると、「じゃあ」「そしたら」「でも」という語り始めの言葉を使う子が多くなってきたのは大きな成果である。

しかし、話し言葉だけだとその場限りのものになり、時間が経てば記憶も薄らいでいく。後で振り返ったとき、自分はどのように考え問題を解決していったのかを知ることは、自分自身の成長を知る上で大切なことである。また、既習事項を活用するとき、記憶を呼び起こし自分の思考過程を他者に伝えなければならない場面もある。そんな時、力を発揮するのが文字である。そういう意味で「文字での表現」が課題として残った。

また、子どもたちにとって興味のある教材、「ずれ」が生まれるような教材とはどんなものなのか、また、子どもの語り始めの言葉だけでなく、数学的な思考力を身につけさせる、より効果的な教師の言葉（発問）とはどういうものなのかさらに研究していく必要がある。

#### 参考文献

- 1 小島宏、『算数科の思考力・表現力・活用力《新しい学習指導要領の実現》』、文溪堂、(2008)
- 2 片桐重男、『数学的な考え方とその指導 第1巻 数学的な考え方の具体化と指導』、明治図書(2004)
- 3 片桐重男、『数学的な考え方とその指導 第2巻 指導内容の体系化と評価』、明治図書(2004)
- 4 田中博史、『算数的表現力を育てる授業』、東洋館出版(2001)
- 5 田中博史、『使える算数的表現法が育つ授業』、東洋館出版(2001)