

算数的表現力を重視した算数指導

～数学的な思考力の育成を目指して～

土岐 哲也

本稿は、数学的な思考力の育成を目指し、算数的表現力を重視した指導の実践例として5年生の「面積」を主に取り上げ、成果と課題について検討したものである。

5年生の算数では、数学的な思考力の育成を目指し「課題に対してしっかりとイメージをもつこと」「自分の考えを論理的に説明できること」「比較しながら考えること」を大切にすることにした。そのために、①学習課題を工夫すること②4つの学びの場を設定すること③思考の過程を残すことを大切に授業を行った。その結果、主体的な算数的活動を促し、数量や図形について思考を深め、算数のもつ不思議さやおもしろさに気づく姿が見られた。さらに、算数的活動を取り入れ自分の考えを説明させることで、他者の考えにふれ交流することもでき、学びの質の高まりも確認することができた。しかし、個人思考と集団思考に費やす時間のバランスや子どもたちを正確に見取り、どのくらいの難易度で、どのような学習課題を設定するかが課題として残った。

キーワード：数学的な思考力、算数的表現力、4つの学びの場、算数的活動

1. 数学的な思考力の育成

1. 1. 算数科で目指す子どもの姿

算数科の学力の中心は、数学的な思考力であると考えている。そのために、次の3点を大切にしたいと考えた。

- ・課題に対してしっかりとイメージをもてる。
- ・自分の考えを論理的に説明できる。
- ・比較しながら考える。

課題に対してしっかりとイメージをもてるということは、機械的に数字だけを操作することに終始せず、具体的なイメージをもって問題解決にあたるということである。そのことが、学習内容を実生活に結びつけられたり、量的な感覚が身に付いたりすることになる。そうして、算数の世界が広がっていくことにつながっていくと考える。

自分の考えを論理的に説明できるということは、自分の考えた根拠や筋道を相手にわかりやすく説明することである。このことは、自分の考えをよりよいものにするために必要なことである。子どもたちが個々の考えを説明し合うことで、自分になかった考え方を発見したり、自分の考えを発展させたりすることができる。

また、問題解決にあたっては、既習事項とどこが違うのか、活用できることはないか、相手の考えと違うところは何なのか、同じところはどこなのか、他の場合ではどうなるのかなど、比較しながら考える事も大切である。

いずれの場合にしても表現力が必要である。

具体的にイメージしたことを図や表、式などを使って相手にわかりやすく説明することで、説明を聞いている子どもたちにとってもイメージしやすくなり考えが伝わりやすくなる。算数的表現力を大切に授業を行うことによって、数学的な考え方が育つ考える。

1. 2. 数学的な思考力と算数的表現力

教師が提示した課題に対して、自分なりの答えを出してくる子、首をかしげたり「わからない」という子と様々である。いずれにしても表出された子どもたちの表現には、その結果にたどり着くまでの思考の道筋が隠されている。結果を見いだせた子どもたちがどのような思考をしながらその結果にたどり着いたのか、首をかしげた子どもはどこがわからなかったのかを明らかにしていくことが大切である。このことが子どもたちに表現する機会を与え、それぞれの結果にたどり着いた過程を振り返りながら表現し始めることになる。そして、考えを表現する過程で誤りに気づいたり、自分の考えがより明らかになったりしながら、筋道を立てて考えを進めるという経験をしていく。

また、それぞれの考えを出し合い、比較検討していく中で、よりよい解決方法を見つけたり、作り出したりすることができる。子どもたちが一緒に困ったり悩んだりといった寄り添う姿勢でのぞむことで、結果にたどり着けなかった子ども「なんとかわかりたい」という思いをもって友だちの意見を見たり聞いたりすることができ互いに学びあっていく姿につながっていく。

このように、子どもたちの表現力を育むことがすなわち、思考する力を育むことにもつながる。

1. 3. 学びの質の高まり

一人で考えたことには間違いや限界がある。誤解や思い違いを直して改善すること、よりよい解決や考え方へ、正確さから適切さへと高めるためには、学び合うことが不可欠である。そのため算数的表現力を重視した指導が大切になる。

算数的表現力を育むことで、対象や他者の思考の過程がイメージしやすくなる。対象や他者の思考過程がイメージしやすくなると、他者の考えによりそいながら対話しやすくなる。その対話の中で「よさ」や「問題」に気づき、吟味が生まれる。その結果、自分の考えに付け加えたり、自分の考えを改善したりすることで、思考の手札を増やし、数学的な思考力を互いに高め合うことができる。

さらに、算数的表現力を育てるためには、結果だけに注目するのではなく、見通しを立てて考えたり筋道立てて考えたりする過程での発想を大切にすることが必要である。対象や他者の思考過程がイメージしやすくなると、正解には至らなかったが興味深い発想、個々の独創的な着眼などに気づくことができ、それを評価し合うことで、考える意欲もつながり数学的な思考力も高められる。

以上のことから、算数的表現を通して、互いの考えによりそいながら対話することで、吟味が生まれ数学的な思考力が育っていく。そういう姿を「学びの質の高まり」と捉えることにする。

2. 算数的表現力が育つ4つの学びの場

算数的表現力を育み学びの質を高まりを検証するために、次の4つの学びの場を設定し、問題解決型の学習を取り入れた。

- | |
|-------------|
| ①問題場面を把握する場 |
| ②自力解決の場 |
| ③自力解決の結果を |
| ④学習のまとめをする場 |

2. 1. 問題場面を把握する場

対象との対話の場である。課題を解決するには、当然課題を理解しなければならない。そのために、「何を問われているのか」「わかっていることは何か」など条件を整理し確認するようにした。また、課題設定にあたっては、多様な考えが期待できるような課題を工夫する。

2. 2. 自力解決の場

既習事項を使って、子どものできるところまで自分で考えさせ、解決させる。その際、次の4つの流れを意識して学習活動をさせる。

①図や表などをかいて考える手がかりをつかむ。

②問題解決の方法や結果の見通しを立てる。

③見通しに沿って、筋道立てて考え、自分なりの解決をする。

④解決した道筋や根拠などをノートに記録し、思考の過程を残すようにする。

ここでは、次のことをノートからみとる。

①課題に対し、しっかりとイメージをもてたか。

②既習事項を使って考えられたか。

2. 3. 自力解決の結果を話し合う場

自分が考えた解決方法をわかりやすく説明したり、他者の考えによりそいながら対話する場である。また、他者との対話の中で「よさ」や「問題」を見つけ、自分の考えと比較し思考を深めたり、さらに自分だけでは見つけられなかった新しい考えを共有し合ったりする場である。学級全体での話し合いだけでなく、グループでの話し合いも適宜取り入れるようにする。

ここでは次のことをみとる。

③発表者は、相手を意識した算数的な表現ができてきているかどうか。

④発表を聞いてイメージがもてたかどうか。

・「〇〇くんのとちがう。」「〇〇さんと同じだ」など、自分の考えと他者の考えを比べる発言は③は達成できたと考える。

⑤「問題」や「よさ」に気づくことができたか。

⑥他により解決方法はないか考えられたか。

⑦他者の考えを応用できたか。

・「でも～」「じゃあ～」など、疑問が生まれたときや、新しい発見をしたときの発言は⑥⑦⑧が達成できたと考える。

2. 4. 学習のまとめをする場

・解決の仕方、考え方、わかったこと、感想をノートに書く。

・自分の考えと他者の考えと比較して、共通しているところ、違うところをノートに書く。

以上、4つの学びの場において、子どもの様子や発言、ノートから自己の変容をみとり、算数的な表現を重視することで、学びの質は高まるのかを明らかにしていく。

3. 授業の実際

3. 1. 『面積』の単元について

第4学年では、長方形、正方形の面積を学習

してきている。本単元では、第4学年で学習したことを活用し、三角形、平行四辺形、台形、ひし形の面積の求め方を考えながら、面積の意味の理解を深めることを主なねらいとしている。

本実践では、三角形から導入することにした。平行四辺形から導入を図る場合もあるが、いずれの場合にしても共通して言えることは、既習事項の長方形に帰着して考えるという見方である。この見方を大切にしたいと考えた。また、多角形は三角形を単位とした形から構成されていることも意識させることにした。

本単元の求積公式には「底辺」「高さ」という用語が用いられる。これらは、個々に存在するものではなく、互いに垂直に交わるという関係概念として理解されなければならない。同じ図形でも底辺の定め方によって、高さが変わってくることを子どもたちに気づかせようと考えた。子どもたちの底辺と高さの受け止め方は、日常用語との関わりもあって、水平な位置にあるものを底辺と思いきこんでいる傾向がある。底辺をどこに定めようとも高さがきちんと描けることを目指した。

求積方法を考えるとき、どのように既習事項の長方形の形に変形させるのか、どこを底辺と考えるのか、様々な見方、考え方ができる。それゆえ、既習事項と結びつけて考えることを愉しむ教材として扱った。

3. 2. 本時の主張点

等積変形の作業を通して、同じ面積の四角形をより簡単にみつける方法に気づかせることで、図形を多様な視点で見ることができるようになるであろう。

「8 cmをもとに面積が48 cm²の四角形をつくらう」を課題として提示し、子どもたちに等積変形の作業（算数的活動）をさせる。この場面を焦点化①とする。子どもたちが個々に考えた四角形が正しいかどうか確かめる際に「一つひとつ計算しなくてもよい、もっと簡単に確かめる方法はないか」を新たな問題として話し合わせたい。平行四辺形なら高さに着目し、ひし形に似た形なら対角線に目をつけることで簡単に同じ面積の図形を作ることができることに気づかせたい。この場面を焦点化②とする。

これら2つの焦点化の場面で、算数的表現力を重視することで、数学的な思考力が育てているかを検証する。

3. 3. 『面積』の授業

T : 「8 cmをもとに面積が48 cm²の四角形をつくらう」(板書)

C : 四角形だったら何でもいいの？

C : 簡単、簡単。

T : これから方眼紙を配るので描いてみましょう。グループ毎にたくさん方眼紙をわたしますから、違う形の四角形をできるだけたくさん描いてみましょう。

C : (グループになって個々に描き始める)

T : (その間、つまづいている子の支援)

自力解決の場で、時間を十分に取るようにした。

首をかしげていた子の中には、グループの中で話し合ったり、仕方を見ていて書き方に気づいた子もいた。

ほとんどの子は、先ず、長方形から描き始め、続いて平行四辺形、台形と描き始めた。

しばらくすると次のような声が聞こえてきた。

C : あれ、いっぱいできるぞ。

C : そう、そう。いっぱいできる。

C : 簡単にいっぱいできるぞ。

C : おもしろい

(ひし形の図を描く子が何人か出てきた頃を見計らって)

T : それでは、できた四角形を黒板に貼りに来て。

C : (黒板に貼りに来る)

T : (黒板に貼られた図形を見て) これ全部48 cm²になってる？本当？確かめてみようか。

T : でも、なんか見にくい？

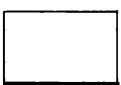
C : 見にくい。

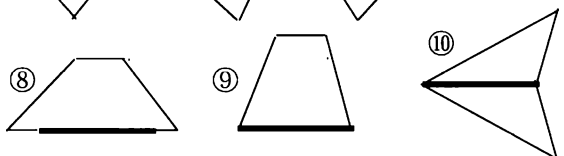
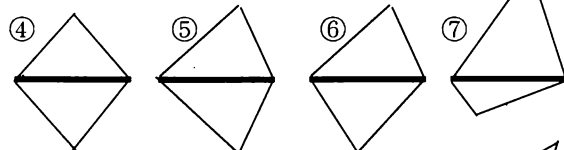
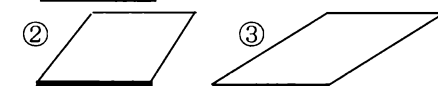
T : どうにかならぬかなあ。

C : 仲間同士グループにして貼り直したら見やすいよ。

T : じゃあ、貼り直そうか。誰か仲間同士張り直しに来てくれる？

以下のように図が貼られた。(主だったもの)

①  ※黒い太線は、はじめに与えられた8 cmの線



①は、長方形。②③は、平行四辺形。④⑤⑥⑦

は、ひし形。⑧⑨は、台形。⑩は仲間はずれ。
 T：⑩は仲間はずれなの？
 C：長方形でもないし、平行四辺形でも台形でもないし、ひし形でもないから・・・
 C：でも、前に勉強したとき⑩みたいな図形の面積は、ひし形の面積を求める公式で求められたからひし形に入れたら？
 C：そうだった、そうだった。ちゃんとノートにも書いてる。
 C：ひし形に入れよう。
 T：それでは全部あっているか確かめようか。
 C：えー、時間かかる。面倒だ。
 T：なんか良い方法ないかなあ。
 C：あっ、平行四辺形ならわかった。
 平行四辺形の面積の公式は「底辺×高さ」ですよね。底辺は、全部8 cmだから高さも全部6 cmになっていればいいと思います。
 C：なるほど。全部高さがいっしょになってる。
 C：計算しなくても見ればわかる。
 C：だから、いくらでも同じ面積の平行四辺形ができるんだ。
 C：じゃあ、他のひし形とか台形は？
 C：ひし形の面積を求める公式は、「対角線×対角線÷2」だったよね。
 C：あっ、わかった。一つの対角線が8 cmだから、もう一つの対角線が12 cmになっていればいいんだ。
 C：この縦の対角線が動いているだけだよ。
 C：これもたくさん同じ面積のひし形ができる。ここで、授業終了の時間となってしまった。

4. 授業の考察

本時の課題は、8 cmの線分が1本与えられているだけである。それを使って四角形を描くのであるが、非常にシンプルなので何をすればよいのかはすぐに理解できたようである。また、四角形の面積を求めるのではなく、あるきまった面積の四角形を描くという逆思考になっていたり、規則さえ見つけられればいくらでも同じ面積の四角形を描くことができたりするところにおもしろみがある。それゆえ、子どもたちの興味・関心を引くことができたと考える。

ただ、個人思考の場面では、長方形までは描けても別の形の四角形を描くにはどうすればいいのか戸惑っていた子もいた。しばらくは試行錯誤を重ねている子も周りの友だちの仕方を見て、与えられた線分を対角線に使うことや公式を使って計算でできることに気づき始めた。小グループを作りその中で個人思考させたので、友だちの考えや仕方を取り入れやすくなったと考えられる。また、描いているうちにたくさん

同じ面積の四角形が描けることにも気づいた子がいた。いずれの場合も図を描くという算数的表現が思考を促したのである。

話し合いの場面では、黒板に貼られた図を比較することで高さが同じという共通点を見出し簡単に確認できる方法を見つけられた。また、既習事項を活用して仲間分けをしたり、面積を確認したりする姿も見られた。さらに、「じゃあ」という言葉も聞かれ、平行四辺形で考えた方法を他の場合でも活用できるか確かめようとする姿も見ることができた。

その結果、対角線を移動させるだけで同じ面積の四角形がたくさんできるという考えにたどりついた。

5. 成果と課題

上記のように、課題を工夫することで、課題に対してしっかりとイメージをもつことができれば、子どもたちは興味をもって自ら動きだし、発見していく姿を確認することができた。また、図形を描く算数的な活動を通して、既習事項を活用し自分の考えを論理的に説明する姿も確認することができた。更に、友だちの描いた図形と比較することで図形の見方が深まる姿も確認できた。

以上のことから、算数的表現力を重視すれば数学的な思考力も養えると考える。その場として、問題解決学習における4つの学びの場は非常に有効であることが確認された。

しかし、思考の過程をノートに残していくときや、個人思考のときにどれだけ時間を取ればいいのかということが課題として浮かび上がってきた。ノート作りに夢中になってしまい話し合いの場に参加しにくくなったり、個人思考に時間を費やしてしまうこともあったりした。適切な時間配分を考える必要性を感じた。

また、問題解決学習における課題設定について、従来のように一般的な解決の方法や結果を求めるものだけでなく、結果のわかっていることについて検証や証明をする問題や、判断を問う問題など、更に工夫改善が必要である。

参考文献

- 1 小島宏、『算数科の思考力・表現力・活用力《新しい学習指導要領の実現》』、文溪堂、(2008)
- 2 片桐重男、『数学的な考え方とその指導 第1・2巻 数学的な考え方の具体化と指導』、明治図書(2004)
- 3 片桐重男、『算数の「学力」とは何か』、明治図書(2009)
- 4 田中博史、『算数的表現力を育てる授業』、東洋館出版(2001)