派生商品への投資方法による収益の差異

The Difference of Profit Depending on the Method of Investment to Derivatives

上　野　皓　司
Ueno, Koji

ABSTRACT

The profit and loss by the investment to derivatives based on stock or foreign exchange includes many varieties. The difference of method to investment produces the difference of profit and loss. The selection of method to investment and the amount of fund decide the fruit of investment. What method should be selected corresponding to the movement of price? Could the methods to produce the profit in the continuous descent of price be found? The problems of investment-strategy to derivatives are examined.

近年株式や為替を原資産とする派生商品が多数販売されている。以下ではこれらの派生商品への投資方法を検討するが，派生商品の価格は多かれ少なかれ原資産の動きに連動するために，最初に原資産の主要商品の一つである株式についての最近の研究を展望する。

株式市場での投資家の売買方法として，株式通信の利用や，過去に勝利した株式は今期もよい成果をあげ過去に損失を出した株式は今期も悪い成果に終わる，という収益の惰性（momentum）を信じた投資傾向が指摘されている。現在米国では 500 以上の株式通信が発行され，約 200 万人の購読者が存在するといわれるが，Metrick（1999）は 153 の株式通信の 17 年間の資料を検討し，これらの株式通信には決して有望株抽出の能力はなく，また推薦株式には特に短期の利益持続性は存在しない，と述べている。また Hong，Lim，and Stein（2000）は 3 から 12 ヵ月の中期間では，収益の惰性を信じる傾向があることを株式規模等の

視点から検証している。

伝統的に配当と株価の関連が分析され続けているが，Shiller（1990）は S&P の総合株価指数（Composite Stock Price Index）と配当の関連を 1871〜1987 年まで分析すれば相関係数 R^2 は 0.637 で，1951〜1987 年まで分析すれば相関係数 R^2 は 0.819 であり，配当は米国のほとんどの株価変動の究極的な要因である，と述べ，Barberis（2000）は配当等の収益の十分な予測可能性が存在すれば，他の不確実な要因が考えられても投資家はその株式により多く投資し，この傾向は投資対象期間が長いほどより強い，と分析している。これらの分析は長期を対象にしており，ファンダメンタル（fundamentals）理論の見解と一致するが，1 年以内や数年の株価の動きは投機熱や不測の要因によって影響されるとも考えられる。Cass and Shell（1983）は，市場の価格形成に対しケインズが重視した市場心理（market psychology）や資本家の動物的な精神（animal spirits of capitalists）は，伝統的な静学分析では何の役割も果たさないが動学分析では役割を演じる，と述べ，投機熱（fads）によるランダムな推移の可能性を示唆しているが，Chow and Liu（1999）は過去の配当についての記憶が存在すると将来の株価は将来の配当によって保証される以上に大きく変動し，記憶が強いほど売買を誤らせ，予測の誤差を拡大する，と分析し，ファンダメンタル理論の現実市場での適用可能性について問題点を指摘している。

近年発展途上国を含め多数の市場が出現しつつあるが，Rouwenhorst（1999）はアルゼンチン，ブラジル，ギリシャ，インド，韓国，メキシコ，トルコ等 20 の新興の株式市場を調査し，期待収益の差異をもたらしている要因は，発展した市場の期待収益の差異をもたらしている要因と質的に同じであり，新興市場では過去の勝敗による惰性売買の存在，小規模株式が大規模株式より有利，資産価値株式が成長株式より優位，等の結果を得ており，Balvers，Wu，and Gilliland（2000）は 16 の OECD 諸国と香港，シンガポールの 18 の発展した株式市場に対し，MSCI（Morgan Stanley Capital International）の株価指数を利用し，1969 年から 1996 年までの株価収益率の平均値の変遷を分析している。

価格や収益の動きはどの市場でも多分に不確実性に包まれている。Christoffersen and Diebold（2000）は，市場の予測力は対象期間が長くなるにしたがって低下する，と述べているが，投資で確実に利益を上げるためにはいかなる変動にも対処することができる体制で臨むことが重要であり，その方法の一つが豊富な資金量である。以下では不確定な市場を想定し，投資方法や資金量により損益がどのように変化するかを考える。

ここでは原資産，例えば株式や為替[(1)]の先物[(2)]を基礎にした派生商品の売買収支が価格の動きによってどのように変化するかを検討する。派生商品は 2 種類あり，第一の商品は t 時点の原資産の相場 $N(t)$ が上昇すれば価格が上昇し $p\Delta(N(t))$ と表される「順商品」，第二の商品は原資産の相場が低下すれば価格が上昇し $p\nabla(N(t))$ と表される「逆商品」である。いずれの商品も任意の時点に売買できるが，投資家は価格の動きに対応し損益の発生に関連する一定時点を売買検討時点と考え，その時点でのみ売買を行うと仮定する。順商品か逆商品のいずれかのみを売買することが可能であるが，この場合は原資産相場の一方的な低下や上昇の時期には多くの利益と同時に危険をも伴う。両者を同時に売買すれば，利益は少ないが一方の損失は他方の利益で相殺することができる。以下では取引に伴う手数料や税，利子等は考慮せず，(1) 派生商品の価格の動きによって一定の売買方法のもとでは収支がどのように変化するか，(2) 価格の動きに対応してどのような売買方法を選択するべきか，(3) 売買予定期間と資

（1）原資産が為替であれば為替の動きを予測しなければならないが，Rogoff（1999）はドル，円，ユーロ等の主要な通貨の交換比率は，1 年以内ではランダム移動モデル以上に有効な予測を行うモデルは存在しないが，一年以上になればランダム移動モデル以上の予測力を有するモデルを作成することが可能であり，一年以上の長期の予測には購買力平価（Purchasing Power Parity）や，貨幣供給量の伸びとインフレの関係の推定，等がモデルの基礎である，と述べている。株式と異なり為替は国ごとの情勢の比較を含んでいるために，予測には広い視野からの検討が必要である。

（2）Hong（2000）は先物市場での価格や収益の変動を満期日との関連で検討している。投資家の間での情報量や情報の内容，投機やヘッジ，裁定取引の状況，等により先物価格の変動率が異なり，その結果収益が異なる。派生商品やその原資産は先物を対象にすることが多いために，関連する先物市場の動向には十分に留意する必要がある。

金の制約のもとでは価格の動きに対応してどのような売買方法を採用するのが最も有利か，等を考える。

1. 順商品の売買

順商品は原資産に比例して動くために投資家にはわかりやすく，逆商品は順商品の補足的な投資対象になることが多い。したがってまず順商品を基準に売却時点や価格の動きによる収支等を考える。(3)

1－1. 売買検討時点

順商品の最初の売買検討時点がいつであるかは投資家の状況によって異なり，価格，損益，投入可能資金，等によって判断されるが，以下では初期時点の価格 $p\Delta(N(0))$ を基準に，価格の一定幅 $\lambda p\Delta(N(0))$ が上下した時点を次の売買検討時点と考える。この一定幅はすくなくとも売買仲介手数料，税，利子負担等の投資に伴う諸経費を越える額である。最初の売買検討時点を1時点と表せば，1時点の価格 $p\Delta(N(1))$ は，

$$p\Delta(N(1)) = p\Delta(N(0)) \pm \lambda p\Delta(N(0))$$

である。λ は正の一定値を仮定し $p\Delta(N(0))+\lambda p\Delta(N(0))$ であれば上昇により利益が，$p\Delta(N(0))-\lambda p\Delta(N(0))$ であれば低下により損失が発生する。

第2の売買検討時点はこの1時点の価格 $p\Delta(N(1))$ から一定幅 $\lambda p\Delta(N(0))$ 上下した時点であり，その価格 $p\Delta(N(2))$ は

$$p\Delta(N(2)) = p\Delta(N(1)) \pm \lambda p\Delta(N(0))$$

である。初期の価格 $p\Delta(N(0))$ との関係は，

$$p\Delta(N(2)) = p\Delta(N(0)) \pm \lambda p\Delta(N(0)) \pm \lambda p\Delta(N(0))$$

であり，$p\Delta(N(2))$ は初期価格からの推移によって，$p\Delta(N(0))-2\lambda p\Delta(N(0))$,

（3） Schultz（2000）はナスダックや NYSE の 1993～1994 年の株式分割（stock Splits）を分析し，分割後は多数の小さな買い注文が発生し，取引費用が増大し，市場の価格形成のコストが減少する，と述べている。株式分割は原資産価格の動きにも影響を及ぼすことがあり，注目する必要がある。

$p\Delta(N(0))$, $p\Delta(N(0))+2\lambda p\Delta(N(0))$ の 3 種類の可能性をもつ。[(4)]

これらの関連をみれば，価格の推移は初期価格 $p\Delta(N(0))$ に価格の一定幅 $\lambda p\Delta(N(0))$ の上下が整数で表される時点 t の数だけ追加されることになる。時点 m の最高価格は $p\Delta(N(0))+m\lambda p\Delta(N(0))$，最低価格は $p\Delta(N(0))-m\lambda p\Delta(N(0))$ であり，その中間に m が 2 より大きい偶数時点では，

$$p\Delta(N(0))\pm m\lambda p\Delta(N(0)),\ p\Delta(N(0))\pm(m-2)\lambda p\Delta(N(0)),$$
$$p\Delta(N(0))\pm(m-4)\lambda p\Delta(N(0)),\ \cdots,\ p\Delta(N(0))\pm(m-m)\lambda p\Delta(N(0))$$

の価格が，m が 1 より大きい奇数時点では，

$$p\Delta(N(0))\pm m\lambda p\Delta(N(0)),\ p\Delta(N(0))\pm(m-2)\lambda p\Delta(N(0)),$$
$$p\Delta(N(0))\pm(m-4)\lambda p\Delta(N(0)),\ \cdots,\ p\Delta(N(0))\pm\lambda p\Delta(N(0))$$

の価格が生じる。$\lambda p\Delta(N(0))$ に乗じられている前の数は 0 より大きい整数である。

1－2. 確定損益と評価損益

t 時点の順商品の損益は，最初の売買検討時点 $t=0$ の購入価格を $p\Delta(N(0))$，購入資金額を $g(0)$ とすれば

$$\{g(0)／p\Delta(N(0))\}\{p\Delta(N(t))-p\Delta(N(0))\}$$

である。$\{g(0)／p\Delta(N(0))\}$ は初期時点の購入数量，$\{p\Delta(N(t))-p\Delta(N(0))\}$ は価格の変動分である。

売買検討時点にどのように行動するかは投資家の判断により，もし利益が計算されてもその時点に売却し確定しなければ以後に損失に転じることがあり，損失が計算されれば通常は売却しないが，資金の都合等で売却すれば，以後に利

（4）第 3 の売買検討時点の価格 $p\Delta(N(3))$ は
$p\Delta(N(3))=p\Delta(N(2))\pm\lambda p\Delta(N(0))$
であり，初期の価格 $p\Delta(N(0))$ との関係は，
$p\Delta(N(3))=p\Delta(N(0))\pm\lambda p\Delta(N(0))\pm\lambda p\Delta(N(0))\pm\lambda p\Delta(N(0))$
であり，$p\Delta(N(3))$ は初期価格からの推移によって，$p\Delta(N(0))-3\lambda p\Delta(N(0))$，$p\Delta(N(0))-\lambda p\Delta(N(0))$，$p\Delta(N(0))+\lambda p\Delta(N(0))$，$p\Delta(N(0))+3\lambda p\Delta(N(0))$ の 4 種類の可能性をもつ。

益が計算されてもそれを得ることはできない。一般に価格変動差益を求める投資家が売買判断の基礎にする主要な要因は，価格，損益，投入可能資金，である。

価格については，購入時点から大幅に上昇や低下を示し多くの利益が計算されているとき等には反転への懸念から，多くの損失が生じているときにはこれ以上の損失拡大への懸念等から，売却が決められ，また一定期間価格が上昇しこれ以後も上昇基調が続くと予想されれば購入されることがある。売買ともに価格の動きが全般的な収支にどのような影響を及ぼすかを考慮して決められるが，以下では損失が計算されているときの売却，すなわち「損切り」や，価格が上昇しているときの購入は除外し，「価格が上昇のときは売却，価格が低下のときは購入」のルールのもとで考える。

投入可能資金の制約は価格や損益の判断にかかわらず一定期間の後に発生する。利益の拡大や難平のために連続的に購入のみを続けているとき資金が枯渇すれば，将来の予想にかかわらず購入の中止や売却を余儀なくされる。投入可能資金は全般的な損益に大きな影響を及ぼすために，投資方法を選択する最初の段階で十分に考慮されなければならない。

ある売却検討時点で手持ち商品の一部を売却すれば，売却した商品については損益が確定し，在庫として保有する商品については損益が評価される。以下では前者の損益を「確定損益」あるいは単に「損益」，後者の損益を「評価損益」と呼び，各時点で計算する。

1－3. 価格の推移

価格の変化は多様であり単純にその動きを分類することは困難であるが，以下では初期価格 $p\Delta(N(0))$ から一定幅 $\lambda p\Delta(N(0))$ が上下した時点を売買検討時点と仮定しているために，この売買検討時点を基準に価格の動きを表示する。売買が検討されない時点，すなわち価格の変動幅が $\lambda p\Delta(N(0))$ に達しない動きは検討対象からは除外され，ある時点から $\lambda p\Delta(N(0))$ に達しない小幅な上下が長期間連続すれば，その時点と次の時点との間は長くなるが，短期に

$\lambda p\Delta(N(0))$ の変動があった他の時点間とは同等に取り扱われる。[5]

以下では初期価格 $p\Delta(N(0))$ を水平軸の値と考え，初期価格から $\lambda p\Delta(N(0))$ 上昇した位置を 1，初期価格から $\lambda p\Delta(N(0))$ 低下した位置を −1 と表し，水平軸には売買検討時点 t の推移を，垂直軸には価格の全体的な変動を $y=f(t)$ によって表す。すなわち 1 時点に $\lambda p\Delta(N(0))$ の上昇があれば，$y=1=f(1)$，2 時点に $\lambda p\Delta(N(0))$ の低下があれば，$y=0=f(2)$ で，連続的に上昇すれば y の値が大きくなり，連続的に低下すれば y の値が小さくなる。

この表現にしたがえば，上昇的循環については，例えば 2 時点上昇 1 時点低下の循環は，8 時点まで表示すれば，

t	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(t)-f(t-1)$	$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$
$y=f(t)$	1	2	1	2	3	2	3	4

と表される。◆ は−1 を明示するために使用しており，変動幅 1 単位は $\lambda p\Delta$ である。$f(t)-f(t-1)$ は時点間の変動幅で 1 時点以後に定義される。[6]

1−4. 価格の推移と損益

価格の動きに対応して売買が行われ，確定損益や評価損益が計算されるが，損益額は手持ち商品の量や購入した価格と売買方法によるために，まずそれらを

(5) 原資産の価格は市場が閉鎖されている期間に意外な変化を示すことがあり，閉鎖前の価格は次に開かれた時点の価格と大きく相違することがある。Hong and Wang (2000) は，市場の閉鎖は投資家たちの売買機会を排除し，市場を通じた経済状況の学習機会を妨害することによって株式保有のリスクを増大させる，と述べているが，実際に閉鎖期間中に発生する政治，経済，社会等の諸問題が市場に大きく影響し，次の開設時には前の閉鎖時と全く異なる価格になることがあり，閉鎖期間中の原資産の動向には十分に留意する必要がある。

(6) 先物と同時にオプションが派生商品の主要な商品である。オプションは先物とは異なり必ずしも原資産と密接には連動しないが，原資産の動きと深く関係している。Bakshi, Cao, and Chen (2000) は正規の S&P 500 オプションと満期まで 3 年の S&P 500 LEAPS (Long-term Equity Anticipation Securities) オプションを利用し，短期と長期のオプション価格の形成要因を分析している。

明示する必要がある。例えば売却についてはα時点分の上昇で利益が計算される商品の全額売却，購入についてはβ時点分の低下でγ単位の購入等である。以下では，「売却は利益が計算されるとき，購入は価格が低下するとき，に行われる」と仮定するが，各種の循環に対応して，損益はどのように推移するであろうか。以下では初期時点に水平軸の価格$p\Delta(N(0))$の商品を5単位保有し評価損益は0を仮定して，損益や売買量等の推移の例を考える。

a時点上昇b時点低下の循環で，売却についてはα時点分の上昇で利益が計算される商品の全額売却，購入についてはβ時点分の低下でγ単位の購入，を仮定すれば，2時点上昇1時点低下の上昇的循環で，$\alpha=1$，$\beta=1$，$\gamma=1$であれば，

t	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(t)-f(t-1)$	$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$
$y=f(t)$	1	2	1	2	3	2	3	4
k	0	0	1	0	0	1	0	0
H	0	0	1	0	0	1	0	0
HR	0	0	0	0	0	0	0	0
s	5	0	0	1	0	0	1	0
sr	5	0	0	1	0	0	1	0

となる。kは購入量，Hは保有量，HRは保有商品の評価損益，sは売却量，srは売却利益である。この例では8時点の保有量は0，売却利益は合計7である。この循環で$\alpha=2$，$\beta=1$，$\gamma=2$であれば，

t	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(t)-f(t-1)$	$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$
$y=f(t)$	1	2	1	2	3	2	3	4
k	0	0	2	0	0	2	0	0
H	5	0	2	2	0	2	2	0
HR	5	0	0	2	0	0	2	0
s	0	5	0	0	2	0	0	2
sr	0	10	0	0	4	0	0	4

で，8 時点の保有量は 0，売却利益は合計 18 である。上昇的循環では $\alpha \leqq a$，$\beta \leqq b$ で γ が大きくなれば売却利益は大きくなる傾向がある。

同じ売買方法を 2 時点低下 1 時点上昇の下降的循環に適用すればどうであろうか。$\alpha=1$，$\beta=1$，$\gamma=1$ であれば，

t	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(t)-f(t-1)$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$
$y=f(t)$	-1	-2	-1	-2	-3	-2	-3	-4
k	1	1	0	1	1	0	1	1
H	6	7	6	7	8	7	8	9
HR	-5	-11	-5	-11	-18	-11	-18	-26
s	0	0	1	0	0	1	0	0
sr	0	0	1	0	0	1	0	0

となり，8 時点の保有量は 9，保有評価損益は -26，売却利益は合計 2 であり，保有評価損失は -6，-7，-8 の追加額で循環的に増大している。この循環で $\alpha=1$，$\beta=2$，$\gamma=1$ であれば，

t	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(t)-f(t-1)$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$
$y=f(t)$	-1	-2	-1	-2	-3	-2	-3	-4
k	0	1	0	0	1	0	0	1
H	5	6	5	5	6	5	5	6
HR	-5	-10	-5	-10	-15	-10	-15	-20
s	0	0	1	0	0	1	0	0
sr	0	0	1	0	0	1	0	0

となり，8時点の保有量は6，保有評価損益は－20，売却利益は合計2であり，保有評価損失は－5の追加額で循環的に増大している。下降的循環ではβが小さくγが大きくなれば保有損失は大きくなる傾向がある。

1－5. 損益と資金

上記では8時点の期間を対象に価格の推移や売買方法によって損益がどのように変化するかを例示しているが，将来の動きを予想することが困難であるために，通常は一定期間同じ売買方法を採用することが多い。例えば2時点低下1時点上昇の下降的循環期に，近い将来の上昇趨勢を予想して，$\alpha=1$，$\beta=1$，$\gamma=1$を採用すれば，8時点には，保有量9，保有評価損失－26 ，売却利益2の結果になり，保有量に対応するこれまでの投入資金はかなりの額になる。もし十分な資金力があれば，将来価格が$y=1$以上になる時点まで保有し，評価損失を確定利益に転じることができるが，もし資金が枯渇し，損失を覚悟で売却しなければならない事態に直面すれば，大きな確定損失を発生させることになる。したがってもし資金的な制約があれば，各時点で保有している商品の購入時の金額を示しておく必要がある。

上記では初期価格を水平軸と仮定しているために，t時点に$y(t)=y*$でγ単位購入すれば，必要資金$g(t)$は，$g(t)=\gamma\{p\Delta(N(0)+y*\lambda p\Delta(N(0))\}$

$=\gamma\{(1+y{*}\lambda)p\Delta(N(0))\}$ となり，特定時点 $t{*}$ の保有額は，それまでの購入商品の合計額から既に売却した商品の額を引いた値である。

2. 順商品と売買方法

資金が豊富なときは評価損失が拡大する中でも積極的な購入を続け，いつか確定利益に転じるまで価格を追い続けることができる。上記の下降的循環の中で購入を続け，価格が $y=1$ 以上になるまで待つのがその一例である。それでは下降的循環が持続する中で利益を上げる方法はないであろうか。また上昇的循環でより多くの利益を上げるにはどのようにすればよいであろうか。以下ではそれぞれの循環のもとで有利な売買方法を検討する。

2－1. 下降的循環と購入方法

下降的循環では上昇する機会が少ないために，売却方法は，「1 時点分上昇で利益が生じた商品は全額売却」を仮定し，このもとで有利な購入方法を検討する。1 例として b 時点低下 a 時点上昇の循環の中から 2 時点低下 1 時点上昇の下降的循環を考える。このとき購入については低下が μ 時点連続すればその連続時点数に応じて購入量が変化する方法を採用する。この t 時点に既に μ 時点間連続低下している動きを $b_{\mu t}$，$b_{\mu t}$ に対応する購入量を $\gamma(b_{\mu t})$ と表し。t 時点に既に μ 時点間連続上昇している動きを $a_{\mu t}$ と表す。このとき 2 時点低下 1 時点上昇の下降的循環による各変数の動きは，以下のようになる。

t	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(t)-f(t-1)$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$
a_{ct}, b_{ct}	b_{11}	b_{22}	a_{13}	b_{14}	b_{25}	a_{16}	b_{17}	b_{28}
$y=f(t)$	-1	-2	-1	-2	-3	-2	-3	-4
k	$\gamma(b_{11})$	$\gamma(b_{22})$	0	$\gamma(b_{14})$	$\gamma(b_{25})$	0	$\gamma(b_{17})$	$\gamma(b_{28})$
H	$\gamma(b_{11})$	$\gamma(b_{11})$ $+\gamma(b_{22})$	$\gamma(b_{11})$	$\gamma(b_{11})$ $+\gamma(b_{14})$	$\gamma(b_{11})$ $+\gamma(b_{14})$ $+\gamma(b_{25})$	$\gamma(b_{11})$ $+\gamma(b_{14})$	$\gamma(b_{11})$ $+\gamma(b_{14})$ $+\gamma(b_{17})$	$\gamma(b_{11})$ $+\gamma(b_{14})$ $+\gamma(b_{17})$ $+\gamma(b_{28})$
HR	0	$-\gamma(b_{11})$	0	$-\gamma(b_{11})$	$-2\gamma(b_{11})$ $-\gamma(b_{14})$	$-\gamma(b_{11})$	$-2\gamma(b_{11})$ $-\gamma(b_{14})$	$-3\gamma(b_{11})$ $-2\gamma(b_{14})$ $-\gamma(b_{17})$
s	0	0	$\gamma(b_{22})$	0	0	$\gamma(b_{25})$	0	0
sr	0	0	$\gamma(b_{22})$	0	0	$\gamma(b_{25})$	0	0

この循環の $t=8$ の投資額は，$g(8)=\gamma\{(1+y*\lambda)p\Delta(N(0))\}=\gamma(b_{28})\{(1-4\lambda)p\Delta(N(0))\}$ で，まだ売却していない商品への投資総額 $G(t)$ は，$G(8)=\gamma(b_{11})(1-\lambda)p\Delta(N(0))+\gamma(b_{14})(1-2\lambda)p\Delta(N(0))+\gamma(b_{17})(1-3\lambda)p\Delta(N(0))+\gamma(b_{28})(1-4\lambda)p\Delta(N(0))$ である。

資金的な制約のために $t=6$ の時点ですべての商品を売却する場合を考える。このとき本来の売却利益 sr は $\gamma(b_{25})\lambda p\Delta(N(0))$，保有商品 H の処分損益 HR は $-\gamma(b_{11})\lambda p\Delta(N(0))$ で，合計損益は $\{\gamma(b_{25})-\gamma(b_{11})\}\lambda p\Delta(N(0))$ である。この値は1時点と5時点の購入量によって決まり，「価格が連続的に低下するときは，低下の回数に応じて2倍の数量を購入する」といったルールが決められていれば，$\gamma(b_{25})=2\gamma(b_{11})$ で $(\gamma(b_{25})-\gamma(b_{11}))=\gamma(b_{11})>0$ で，利益が発生する。しかし $t=9$ の時点ですべての商品を売却する場合にはこの購入ルールのもとでの合計損益は $\{\gamma(b_{28})-\gamma(b_{14})-2\gamma(b_{11})\}\lambda p\Delta(N(0))$ で，$\gamma(b_{28})=2\gamma(b_{14})$

$=2\gamma(b_{11})$ であり，$\gamma(b_{11})$ を基準にすれば，合計損益は $-\gamma(b_{11})\lambda p\Delta(N(0))$ となり，損失が発生する。

それでは「価格が連続的に低下するときは，低下の回数に応じて4倍の数量を購入する」といったルールのもとではどうであろうか。このとき $t=6$ の時点ですべての商品を売却する場合の合計損益は $\{\gamma(b_{25})-\gamma(b_{11})\}\lambda p\Delta(N(0))$ で，$\gamma(b_{25})=4\gamma(b_{11})$ であるために $\{\gamma(b_{25})-\gamma(b_{11})\}\lambda p\Delta(N(0))=3(b_{11})\lambda p\Delta(N(0))$ の利益が発生する。また $t=9$ の時点ですべての商品を売却する場合には，合計損益は $\{\gamma(b_{28})-\gamma(b_{14})-2\gamma(b_{11})\}\lambda p\Delta(N(0))$ で，$\gamma(b_{28})=4\gamma(b_{14})=4\gamma(b_{11})$ であり，$\gamma(b_{11})$ を基準にすれば，合計損益は $\gamma(b_{11})\lambda p\Delta(N(0))$ となり，利益が発生する。

このように下降的循環のもとでも豊富な資金が存在すれば，適切な購入方法を採用し，妥当な時期にすべての商品を売却し，投資を打切れば，利益を確保することができる。

2－2. 上昇的循環と購入方法

上昇的循環では低下の機会が少ないために，購入を的確に行わなければならないが，t 時点に既に μ 時点分連続低下しているときの購入量を $\gamma(b_{\mu t})$，t 時点に既に μ 時点分連続上昇しているときの売却量を $\delta(a_{\mu t})$ と表す。この売却量 $\delta(a_{\mu t})$ は購入量 $\gamma(b_{\mu t})$ と異なり，既存の購入量を上限にしているために任意に決められる量ではない。以下では $\delta(a_{\mu t})$ は「n 時点分の上昇で保有分をすべて売却」の方法のみを考え，$\delta*(a_{nt})$ と表す。1例として2時点低下3時点上昇の循環，3時点分の上昇で保有分をすべて売却を想定し，そのもとでの変数の動きをみれば以下のようになる。

t	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(t)-f(t-1)$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$
a_{ct}, b_{ct}	b_{11}	b_{22}	a_{13}	a_{24}	a_{35}	b_{16}	b_{27}	a_{18}
$y=f(t)$	-1	-2	-1	0	1	0	-1	0
k	$\gamma(b_{11})$	$\gamma(b_{22})$	0	0	0	$\gamma(b_{16})$	$\gamma(b_{27})$	0
H	$\gamma(b_{11})$	$\gamma(b_{11})$ $+\gamma(b_{22})$	$\gamma(b_{11})$ $+\gamma(b_{22})$	$\gamma(b_{11})$ $+\gamma(b_{22})$	0	$\gamma(b_{16})$	$\gamma(b_{16})$ $+\gamma(b_{27})$	$\gamma(b_{16})$ $+\gamma(b_{27})$
HR	0	$-\gamma(b_{11})$	$\gamma(b_{22})$	$\gamma(b_{11})$ $+2\gamma(b_{22})$		0	$-\gamma(b_{16})$	$\gamma(b_{27})$
s					$\gamma(b_{11})$ $+\gamma(b_{22})$		0	0
sr	0 0	0 0		0 0	$2\gamma(b_{11})$ $+3\gamma(b_{22})$		0	0

この循環では最大投資は $t=2$ あるいは $t=7$ の時点に行われ，最終の $t=8$ には保有残が存在するが，保有利益が評価されている。最初に，購入量は1時点分低下すれば γ を仮定する。このとき $t=7$ の時点に最大投資が行われ，$G(7)=\gamma p\Delta(N(0))+\gamma(1-\lambda)p\Delta(N(0))$ となる。$t=8$ の時点に資金的な制約等で保有残をすべて売却すれば，$\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ の利益が生じ，$t=5$ の売却利益 $2\gamma\lambda p\Delta(N(0))+3\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ との合計 $6\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ の利益が生じる。次に，購入量は1時点分低下すれば γ，2時点連続的に低下すれば2倍の 2γ を想定すれば，$t=7$ の時点に最大投資が行われ，$G(7)=\gamma p\Delta(N(0))+2\gamma(1-\lambda)p\Delta(N(0))$ となる。$t=8$ の時点に資金的な制約等で保有残をすべて売却すれば，$2\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ の利益が生じ，$t=5$ の売却利益 $2\gamma\lambda p\Delta(N(0))+6\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ との合計 $10\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ の利益が生じる。最初の購入方法と比較すれば，$4\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ の利益の増加が見られる。(7)

2−3. 水平的循環と売買方法

それでは水平的循環では売買方法によって損益がどのように変化するであろうか。以下では $p\Delta(N(0))$ を水平軸に上下に 2 時点低下 2 時点上昇の水平的循環のもとで,「1 時点分低下すれば γ の購入, 1 時点分上昇で利益が計算される商品をすべて売却」と「1 時点分低下すれば γ, 2 時点連続的に低下すれば 2 倍の 2γ の購入, 2 時点分上昇で利益が計算される商品をすべて売却」の二つの方法による利益を比較する。まず前者の動きをみれば以下のようになる。

t	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(t)-f(t-1)$	◆$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$
$y=f(t)$	0	-1	0	1	0	-1	0	1
k	γ	γ	0	0	γ	γ	0	0
H	γ	2γ	γ	0	γ	2γ	0	0
HR	0	$-\gamma$	0	0	0	$-\gamma$	0	0
s	0	0	γ	γ	0	0	γ	γ
sr	0	0	γ	γ	0	0	γ	γ

この循環では最大投資は $t=2$ あるいは $t=6$ の時点に行われ, $G(2)=G(6)=\gamma p\Delta(N(0))+\gamma(1-\lambda)p\Delta(N(0))$ であり, 最終の $t=8$ には保有残は存在しない。$t=8$ の時点までの売却利益の総額は, $4\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ である。

次に後者の動きをみれば以下のようになる。

(7) Veronesi (2000) は経済成長についての公的な情報の正確性と株式収益との関連を検討しているが, 経済が成長しつつあるときには一般に市場全体が拡大するために, 経済動向の正確な認識は, 原資産が株式市場全体の動きを表す株価指数等のときには特に重要である。

t	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(t)-f(t-1)$	◆$\lambda p\Delta$	◆$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆$\lambda p\Delta$	◆$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$
$y=f(t)$	0	-1	0	1	0	-1	0	1
k	γ	2γ	0	0	γ	2γ	0	0
H	γ	3γ	3γ	0	γ	3γ	3γ	0
HR	0	$-\gamma$	2γ	0	0	$-\gamma$	2γ	0
s	0	0	0	3γ	0	0	0	3γ
sr	0	0	0	5γ	0	0	0	5γ

この循環では最大投資は $t=2$ あるいは $t=6$ の時点に行われ，$G(2)=G(6)=\gamma p\Delta(N(0))+2\gamma(1-\lambda)p\Delta(N(0))$ であり，最終の $t=8$ には保有残は存在しない。$t=8$ の時点までの売却利益の総額は $10\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ である。前者と比較すれば $t=2$ あるいは $t=6$ の時点の最大投資額は $\gamma(1-\lambda)p\Delta(N(0))$ 増えているが，売却利益の総額も $6\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ 増大している。

3.　順商品と逆商品の同時売買

順商品だけの売買はリスクを回避することが困難で，利益を上げるためにはかなりの資金投入を覚悟しなければならない。それでは逆商品を同時に売買すればどうであろうか。順商品と逆商品の売買方法や売買量によって差異が生じるが，いくつかの例を考える。

3－1.　下降的循環での両商品の売買

順商品のみの売買では最もリスクが大きい下降的循環について逆商品を同時に売買すればどのようになるかを，まず2時点低下1時点上昇の下降的循環について考える。売買方法は，順商品は「1時点低下で γ，2時点連続低下で 2γ の購入，1時点上昇で利益の計算される商品の全額売却」，逆商品は「1時点低下で γ の購入，2時点上昇で利益の計算される商品の全額売却」を仮定する。また逆

商品の価格は0時点は $p\nabla(N(0))$ で，順商品の価格が $\lambda p\Delta(N(0))$ 上昇するときは $\eta p\nabla(N(0))$ 低下し，順商品の売買検討時点に対応して売買を行うと考える。このとき順商品の各変数の動きは以下のようになる。

t	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(t)-f(t-1)$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$
$y=f(t)$	-1	-2	-1	-2	-3	-2	-3	-4
k	γ	2γ	0	γ	2γ	0	γ	2γ
H	γ	3γ	γ	2γ	4γ	2γ	3γ	5γ
HR	0	$-\gamma$	0	$-\gamma$	-3γ	$-\gamma$	-2γ	-4γ
s	0	0	2γ	0	0	2γ	0	0
sr	0	0	2γ	0	0	2γ	0	0

順商品では最大投資は $t=8$ に行われ，$G(8)=\gamma(1-\lambda)p\Delta(N(0))+\gamma(1-2\lambda)p\Delta(N(0))+\gamma(1-3\lambda)p\Delta(N(0))+2\gamma(1-4\lambda)p\Delta(N(0))$ であり，$t=8$ の時点までの売却利益の総額は $4\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ である。

また逆商品の各変数の動きは以下のようになる。

t	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(t)-f(t-1)$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	$\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$	◆ $\lambda p\Delta$
$y=f(t)$	-1	-2	-1	-2	-3	-2	-3	-4
$f(t)-f(t-1)$	$\eta p\nabla$	$\eta p\nabla$	◆ $\eta p\nabla$	$\eta p\nabla$	$\eta p\nabla$	◆ $\eta p\nabla$	$\eta p\nabla$	$\eta p\nabla$
$y^{\nabla}=f(t)$	1	2	1	2	3	2	3	4
k^{∇}	0	0	γ	0	0	γ	0	0
H^{∇}	0	0	γ	γ	0	γ	γ	0
HR^{∇}	0	0	0	γ	0	0	γ	0
s^{∇}	0	0	0	0	γ	0	0	γ
sr^{∇}	0	0	0	0	2γ	0	0	2γ

逆商品では最大投資は $t=6$ に行われ $G(6)=\gamma(1+\eta)p\nabla(N(0))$ であり，$t=8$ までの売却利益の総額は $4\gamma\eta p\nabla(N(0))$ である。

$t=9$ 時点に資金的な制約で二つの商品をすべて処分しなければならないとき，順商品については，$t=9$ の処分損益は $(2\gamma-\gamma-2\gamma)\lambda p\Delta(N(0))=-\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ で，$t=8$ までの売却利益の総額は $4\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ であるために，合計で $3\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ の利益が生じている。他方逆商品は $t=8$ に保有在庫がなく，$t=8$ までの売却利益の総額は $4\gamma\eta p\nabla(N(0))$ であるために，二つの商品の利益は $(3\gamma\lambda p\Delta(N(0))+4\gamma\eta p\nabla(N(0)))$ となる。すなわち逆商品を売買したために $4\gamma\eta p\nabla(N(0))$ の利益の追加が生じている。

3－2. 長期下降局面での両商品の売買

もし下降局面が長期に連続すれば順商品の購入ばかりが続き，逆商品の手持ちがなければ一方的に投入資金が拡大する。このような可能性が予想されれば，初期時点にある程度逆商品を購入しておく必要がある。「初期時点の逆商品の購入量を $\xi(0)$，順商品の購入量は1時点低下すれば常に γ」を仮定し，順商品の価格が連続的な低下のなかで1時点でも上昇したときに逆商品をすべて売却し順商品も同時にすべて処分する，とすれば，初期時点から $(m-1)$ 時点まで連続的に低下し m 時点に上昇したときの損益は，

$$\xi(0)(m-2)\eta p\nabla(N(0))-\{(m-3)\gamma+(m-4)\gamma+\cdots+\gamma\}\lambda p\Delta(N(0))$$
$$+\gamma\lambda p\Delta(N(0))$$

であり，$\xi(0)$，m，γ の値によって損益額が決まる[8]。例えば $m=5$，$\eta p\nabla(N(0))=\lambda p\Delta(N(0))$ であれば，損益は $(3\xi(0)-3\gamma+\gamma)\lambda p\Delta(N(0))$ であり，$3\xi(0)>2\gamma$ であれば，利益が，$3\xi(0)<2\gamma$ であれば損失が生じる。$\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ は $(m-1)$ 時点に購入した順商品を m 時点に売却した利益であり，

（8） 売却時点が $(m-2)$ 時点と同じ価格水準になるために，1時点に購入した順商品の損失評価額は $(m-2-1)\gamma=(m-3)\gamma$，2時点に購入した順商品の損失評価額は $(m-2-2)\gamma=(m-4)\gamma$，$(m-3)$ 時点に購入した順商品の損失評価額は $\{m-2-(m-3)\}\gamma=\gamma$ となる。

$(m-2)$ 時点の順商品は損益 0 である。

それでは「初期時点の逆商品の購入量を $\xi(0)$，順商品の購入量は 1 時点低下すれば γ, n 時点連続的に低下するときは $\rho^{n-1}\gamma$, 順商品の価格が連続的な低下のなかで 1 時点でも上昇したときに逆商品と順商品を同時にすべて処分する」ときは，初期時点から $(m-1)$ 時点まで連続的に低下し m 時点に上昇したときの損益はどのようになるであろうか。この損益は，売却時点が $(m-2)$ 時点と同じ価格水準になるために，

$$\xi(0)(m-2)\eta p\nabla(N(0))-\{(m-3)\gamma+(m-4)\rho\gamma+\cdots+\rho^{m-4}\gamma\}\lambda p\Delta(N(0))$$
$$+\rho^{m-2}\gamma\lambda p\Delta(N(0))$$

となる[9]。

第 3 項 $\rho^{m-2}\gamma\lambda p\Delta(N(0))$ は $(m-1)$ 時点に購入した順商品を m 時点に売却した利益である。もし $m=5$, $\eta p\nabla(N(0))=\lambda p\Delta(N(0))$ であれば，損益は

$$(3\xi(0)-2\gamma-\rho\gamma+\rho^3\gamma)\lambda p\Delta(N(0))$$

であり[10]，もし $\rho=2$ であれば $(3\xi(0)+4\gamma)\lambda p\Delta(N(0))$ の利益が生じる。もし $\rho=3$ であれば，すなわち難平のための購入量を増大すれば，$(3\xi(0)+22\gamma)\lambda p\Delta(N(0))$ の利益が生じる。連続的に低下する期間が同じであれば，ρ の値が大きくなるほど，すなわち投入資金を増大するほど利益が拡大する。

それでは $m=6$ であればどうであろうか。このとき損益は

$$4\xi(0)\eta p\nabla(N(0))-\{3\gamma+2\rho\gamma+\rho^2\gamma-\rho^4\gamma\}\lambda p\Delta(N(0))$$

---

(9) 売却時点が $(m-2)$ 時点と同じ価格水準になるために，1 時点に購入した順商品の損失評価額は $(m-2-1)\gamma=(m-3)\gamma$，2 時点に購入した順商品の損失評価額は $(m-2-2)\rho\gamma=(m-4)\rho\gamma$，$n=(m-3)$ 時点に購入した順商品の損失評価額は $\{m-2-(m-3)\}\rho\gamma=\rho^{m-4}\gamma$ となる。

(10) $m=5$ を代入すれば，

$$\xi(0)(m-2)\eta p\nabla(N(0))-\{(m-3)\gamma+(m-4)\rho\gamma+\cdots+\rho^{m-4}\gamma\}\lambda p\Delta(N(0))$$
$$+\rho^{m-2}\gamma\lambda p\Delta(N(0))$$
$$=\xi(0)(5-2)\eta p\nabla(N(0))-\{(5-3)\gamma+(5-4)\rho\gamma+\cdots+\rho^{m-4}\gamma\}\lambda p\Delta(N(0))$$
$$+\rho^3\gamma\lambda p\Delta(N(0))$$
$$=(3\xi(0)-2\gamma-\rho\gamma)\lambda p\Delta(N(0))+\rho^3\gamma\lambda p\Delta(N(0))$$
$$=(3\xi(0)-2\gamma-\rho\gamma+\rho^3\gamma)\lambda p\Delta(N(0))$$

である。

となり，$m=5$ の損益

$$3\xi(0)\eta p\nabla(N(0))-\{2\gamma+\rho\gamma-\rho^3\gamma\}\lambda p\Delta(N(0))$$

と比較すれば，

$$\xi(0)\eta p\nabla(N(0))-\{\gamma+\rho\gamma+\rho^2\gamma+\rho^3\gamma-\rho^4\gamma\}\lambda p\Delta(N(0))$$

の差異がある。$\rho=2$ であれば，この差異は

$$\xi(0)\eta p\nabla(N(0))+\gamma\lambda p\Delta(N(0)),$$

$\rho=3$ では，差異は

$$\xi(0)\eta p\nabla(N(0))+41\gamma\lambda p\Delta(N(0))$$

であり，ρ の値が増大すれば，$m=6$ の利益は $m=5$ の利益に比べてより増大する。

以上の結果から，「資金的な制約が存在すれば損益は価格の偶然的な動きに依存するが，資金が豊富であれば連続的な下降の過程でも多くの利益を確保することができ，下降が長引くほど利益を増大させる方法が存在する」，と判断することができる。

参考文献

Bakshi, Gurdip, Charles Cao, and Zhiwu Chen, “Pricing and Hedging Long-Term Options”, Journal of Econometrics, 94（2000），277-318.

Balvers, Ronald, Yangru Wu, and Erik Gilliland, “Mean Reversion across National Stock Markets and Parametric Contrarian Investment Strategies”, Journal of Finance, 55（2000），745-72.

Barberis, Nicholas, “Investing for the Long Run when Returns Are Predictable”, Journal of Finance, 55（2000），225-64.

Cass, David, and Karl Shell, “Do Sunspots Matter?”, Journal of Political Economy, 91（1983），193-227.

Chow, Ying-Foon, and Ming Liu, “Long Swings with Memory and Stock Market Fluctuations”, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 34（1999），341-67.

Christoffersen, Peter F., and Francis X. Diebold, “How Relevant is Volatility Forecasting for Financial Risk Management?”, Review of Economics and Statistics, 82（2000），12-22.

Hong, Harrison, “A Model of Returns and Trading in Futures Markets”, Journal of

Finance, 55 (2000), 959-88.

Hong, Harrison, and Jiang Wang, "Trading and Returns under Periodic Market Closures", Journal of Finance, 55 (2000), 297-354.

Hong, Harrison, Terence Lim, and Jeremy C. Stein, "Bad News Travels Slowly: Size, Analyst Coverage, and the Profitability of Momentum Strategies", Journal of Finance, 55 (2000), 265-9

Metrick, Andrew, "Performance Evaluation with Transactions Data: The Stock Selection of Investment Newsletters", Journal of Finance, 54 (1999), 1743-75.

Rogoff, Kenneth, "Monetary Models of Dollar/Yen/Euro Nominal Exchange Rates: Dead or Undead?", Economic Journal, 109 (1999), F655-F659.

Rouwenhorst, K. Geert, "Local Return Factors and Turnover in Emerging Stock Markets", Journal of Finance, 54 (1999), 1439-64.

Schultz, Paul, "Stock Splits, Tick Size, and Sponsorship", Journal of Finance, 55 (2000), 429-50.

Shiller, Robert J., "Market Volatility and Investor Behavior", American Economic Association Papers and Proceedings, 80 (1990), 58-62.

Veronesi, Pietro, "How Does Information Quality Affect Stock Returns?", Journal of Finance, 55 (2000), 807-37.