為替相場が目標値に達する可能性

The Possibility of Getting to the Target of an Exchange Rate

上　野　皓　司
Ueno,　Koji

ABSTRACT

We consider the method by which the possibility of getting to the target of an exchange rate can be calculated. It is said that the forecasting of exchange rate is generally possible only within very short horizon. One method of probability theory is applyed to estimate the probability of getting to target prices. Examples of calculation are shown.

ドル，円，ポンド等の各国通貨の交換比率は毎日目まぐるしく変化している。この交換比率である為替相場（rate of exchange）を予測するための一般的な方法を考えるのが以下の目的であるが，最初に為替についての最近の研究を概観する。

まず為替の動きについて，Dornbusch（1987）は変動相場制に移行して以来の15年間はドル相場は予想外の動きで，名目価格は当然でも実質価格が30から40％も変化するとはほとんど考えられなかった，と述べている。Lothian and Taylor（1996）は1791年から1990年までの米ドルと英ポンド，仏フランと英ポンドの実質相場の動きを分析し，購買力平価（purchasing power parity）の仮説と実質為替相場の平均値への復帰の関連に言及しながら，米ドルと英ポンドについては相場のショックの平均的な実質値への復帰の所要期間は6年，仏フランと英ポンドについては相場のショックの平均的な実質値への復帰の所要期間は3年より少し短い，と分析している。Evans（2002）は変動相場制の期間（floating-rate period）の為替相場の名目額の時間的な動きの源はいまだに不明

確であり，短期や中期の予測は現在でも単純な時系列モデルによって行われている，と述べ，独マルクと米ドルの市場を独自のモデルによって分析し，短期の変化は一般に緩やかに動き，公的なニュースは為替相場にはめったに大きな影響を及ぼさない，と説明している。Calvo and Reinhart（2002）は 1970 年 1 月から 1999 年 11 月までの為替相場の月別資料と 155 の為替協定を世界の 39 ヵ国について分析し，為替相場を市場の需給に任せていると主張している国のほとんどは実際は介入政策を実施しており，現在世界中に為替相場浮動の恐怖（fear of floating）が蔓延していると述べている。この調査によれば，ヨーロッパの 12 ヵ国が自国の通貨を放棄し，エクアドルやエルサルバドルは米ドルを通貨として使用する方向にあり，通貨危機を経験した韓国，タイ，ブラジル，ロシア，チリ，コロンビア，ポーランド，トルコは市場での浮動を容認している。

市場での取引者の行動について，Trueman（1988）は Black が提唱した雑音取引（noise trading）が頻繁に行われるのはそれによって機関投資家や一般投資家が利益を上げるからである，と述べている。真実かどうか明確ではない情報でもその情報に基づいて売買が行われれば投資機会が発生し売買に伴う収益が生じる。売買手数料や目先の利益を追う取引者にとっては雑音取引は重要な情報であり，売買機会であるといえる。また De Long, Shleifer, Summers and Waldmann（1991）は一時的に市場の変動を引き起こす雑音取引者（noise traders）は通常正しくない予測をするために長く市場に留まることはないと考えられているが，多くの収益を上げ，市場を支配することがある，と述べている。市場価格は期待値の予測に基づいて売買する投資家と雑音取引者，その両者の中間的な人々によって形成されており，市場の構成員の状況によって多様な動きが生じる。Jeanne and Rose（2002）は，不安定な投機から隔離される固定相場制への固執はラグナー・ヌルクセ等の大戦間以来の伝統であると述べ，雑音取引が実際に市場の安定性にどのような影響を及ぼしているかを分析している。

株式や為替の今後の動きを予測するさいには基本的に二つの視点が存在する。一つは過去の動きを重視する罫線分析家（chartists），他は価格の動きの背後を

考えるファンダメンタリスト（fundamentarists）である。Allen and Taylor（1990）はロンドン外国為替市場を分析し，1 日から 1 週間の最短期間を予測する場合は 90％の投資家は罫線の資料を参考にし，そのうち 60％の投資家はそれによって取引を決定し，1 年以上の長期の予測には，30％の投資家がファンダメンタルを判断材料にし，85％の投資家がファンダメンタルが罫線より重要であり 8％が両者を同等と考えているが，2％は罫線以外は決して使用しない，と述べている。Christoffersen and Diebold（2000）は，4 種類の株価指数，米国の S＆P500，独の DAX，英国の FTSE，日本の TPX と，4 種類のドルによる為替相場，独マルク，英国ポンド，日本円，仏フランの 1973 年 1 月 1 日から 1997 年 5 月 1 日の毎日の収益の資料を使用し，リスク管理のための変化率の予測可能性は目標時点が遠くなるにしたがって低下するが，為替では 5 日以上の目標時点では予測の重要性がなくなるために，短期間内で変化率を考慮しなければならず，短い期間内であれば予測可能性が存在する，と述べている。

為替管理について Jones（1984）は米国や日本等 12 の工業国の生産額の変化を最小化させ安定させるためのさまざまな為替管理（exchange rate management）や介入（intervention）がどの程度有効であったかを分析している。Miller and Weller（1991）は 1970 年代初期のブレトンウッズ体制（Bretton Woods system）での‘固定しかし調整可能（fixed but adjustable)’な為替相場はその後予想以上に変動する自由浮動（free floating）体制に移行した，と述べ，理論的なモデルによって実質額の為替相場の目標領域（target zone）設定の効果，実質額と名目額の目標領域設定の効果の差異，等を分析している。Pesaran and Robinson（1993）はヨーロッパ内部での為替相場の安定を目指すヨーロッパ貨幣制度（EMS＝European Monetary System）の為替管理機構（ERM＝Exchange Rate Mechanism）への英ポンドの参加が，独マルクと英ポンドの為替相場の動きにどのような変化をもたらすかを分析し，Williamson（1993）は，為替管理機構（ERM）の相場管理の可能性について検討している。

1. 為替相場が目標値に達する可能性

外国通貨が必要なときや価格の変動による収益を目指すとき，ある目標値がどのような可能性で実現されるかが評価されなければならない。目先的な上下変化の可能性は最近の市場の動きによってある程度把握できるが，売買目標となる価格がどのような確率で達成されるかは理論的な計算によって知られる。以下ではその計算方法の一つを考える。

1－1. 分析視点

米ドルの円での価格の変化を想定する。現在のドル相場が例えば 120 円であれば，このドルの価格 120 円が出発点の価格であり，以下では以後の経過時間の長さは考慮せず，ドル価格の動きのみに注目する。ドル変化の下限の目標値 A を例えば 1 ドル 80 円，上限の目標値 B を例えば 1 ドル 160 円と設定すれば，1 ドル 80 円にドル相場低下のさいの初期値 120 円からの正の乖離幅 a は $a=40$ 円，1 ドル 160 円にドル相場上昇のさいの初期値 120 円からの正の乖離幅 b は $b=40$ 円である。ドルの低下によって a の乖離幅が消滅すれば 1 ドル 80 円の A の目標値が達成され，ドルの上昇によって b の乖離幅が消滅すれば 1 ドル 160 円の B の目標値が達成される。ここで 1 ドル 80 円の A から，1 ドル 160 円の B までの変動幅 80 円内での位置を x とすれば，1 ドル 80 円を起点として 1 ドル 160 円までの最終点に至る x の変動の位置は 1 ドル 80 円では $x(80)=0$，1 ドル 120 円では $x(120)=40$，1 ドル 160 円では $x(160)=80$ となり，x は 0 から 80 の範囲内の値をとる。ドル相場は毎日変動しており，上下変化の幅は大小さまざまである。そこで経過時間の長さは考慮せず，ドル相場が 1 円上がる，すなわち上の例の初期値からであれば 121 円になる確率を p，ドル相場が 1 円下がる，すなわち上の例の初期値からであれば 119 円になる確率を q と表し，この確率のもとで 1 ドルが 80 円に至る確率と 1 ドルが 160 円に至る確率を考える。ここで出発点と想定する現在のドル相場やある初期値は x によって表され，1 ドル

100 円が現在や出発点と想定する相場であれば，$x(100)=20$ から $x(80)=0$ や $x(160)=80$ が実現される可能性が問題になる。このとき a は(100−80)＝20, b は(160−100)＝60 である。

$p+q=1$ であり，p と q は過去の推移や当面の経済状況から一定値として推定される。p と q の値や出発点の位置によって A の 80 円や B の 160 円が実現される確率は異なり，p と q の値の差異や出発点の位置によって 1 ドルが A になる確率と 1 ドルが B になる確率がどのように変化するかをも検討する。

1−2. 問題の数式による表現

上記の確率はよく知られている公式によって求めることができる。しかし公式を導く過程をたどることは，為替相場変動の確率的な側面を理解するために有意義であり，以下では目標値に至る可能性をどのように計算するかの過程を概観する。

最初に目標値 A と B の間にある出発点のドル相場の位置 x から A と B が達成される確率を A_x, B_x と表す。もし時間が長く無数の上下変化がくり返されれば，いずれは A か B かが達成される。これは

$$A_x=\lim_{n\to\infty}A_x(n),\ B_x=\lim_{n\to\infty}B_x(n)$$

と表現される。ドル相場の上下波動の回数 n が無限大になれば，その極限値として A_x や B_x が定まり，その極限値としての A_x や B_x を対象に確率を考える。また R_x をドル相場の上下波動の回数 n が無限大になればその極限値として得られる A と B がいずれも達成されない確率とすれば，

$$A_x+B_x+R_x=1 \tag{1}$$

が成立する。

もしドル相場が目標位置 B から出発すれば，すなわち $x=a+b=80$ から出発すれば，既に目標位置 B が実現されているために以後の波動は問題にならず，A に到達する確率 A_{a+b} は 0, B に到達する確率 B_{a+b} は 1, A, B いずれにも達しない確率 R_{a+b} は 0 となる。すなわち

$$A_{a+b}=0,\ B_{a+b}=1,\ R_{a+b}=0 \tag{2}$$

である。またドル相場が目標位置 A から出発すれば，すなわち $x=a+b=0$ から出発すれば，既に目標位置 A が実現されているために以後の波動は問題にならず A に到達する確率 A_0 は1，B に到達する確率 Q_0 は0，A，B いずれにも達しない確率 R_0 は0と考えられる。すなわち

$$A_0=1,\ B_0=0,\ R_0=0 \tag{3}$$

である。

出発点のドル相場が A と B の間の価格 x であるとすれば，この出発点から最終的に A が実現される確率は，次の1円の移動時点と以後の全過程に着目すれば，価格が p の確率で1円上昇し（$x+1$）の価格の位置になった後に最終的に A に達する，すなわち $p\cdot A_{x+1}$ か，価格が q の確率で1円低下し（$x-1$）の価格の位置になった後に最終的に A に達する，すなわち $q\cdot A_{x-1}$ か，のいずれかであり，これ以外の可能性は存在しない。したがって出発点の位置 x から最終的に A に達する確率は，

$$A_x=p\cdot A_{x+1}+q\cdot A_{x-1} \tag{4}$$

と表される。

同様に出発点のドル相場が A と B の間の価格 x であれば，この出発点から最終的に B が実現される確率は，次の1円の移動時点と以後の全過程に着目すれば，価格が p の確率で1円上昇し（$x+1$）の価格の位置になった後に最終的に B に達する，すなわち $p\cdot B_{x+1}$ か，価格が q の確率で1円低下し（$x-1$）の価格の位置になった後に最終的に B に達する，すなわち $q\cdot B_{x-1}$ か，のいずれかであり，これ以外の可能性は存在しない。したがって出発点の位置 x から最終的に B に達する確率は，

$$B_x=p\cdot B_{x+1}+q\cdot B_{x-1} \tag{5}$$

となる。

$p+q=1$ であるので，$p+q$ を（4）の左辺に乗じて整理すれば，

$$q(A_x-A_{x-1})=p(A_{x+1}-A_x) \tag{6}$$

となる。(6) は A_x についての差分方程式である。同様に $p+q$ を (5) の左辺に乗じて整理すれば,

$$q(B_x - B_{x-1}) = p(B_{x+1} - B_x) \tag{7}$$

であり,(7) は B_x についての差分方程式である。

2. 目標値に達する可能性の公式

上記の数式を解くことによって目標値に達する可能性の確率が得られるが,この確率は $p = q = 1/2$ の場合と $p \neq q$ の場合に分けて求められる。

2−1. p=q=1/2 の場合

最初に $p = q = 1/2$,すなわち上昇と低下が同じ確率である場合に A_x がどのような可能性で実現するかを考える。$p = q = 1/2$ であれば,(6) より,

$$A_{x+1} - A_x = A_x - A_{x-1} = \cdots = A_1 - A_0$$

であり,1 円の移動による A への到達可能性の差異はすべて同じであり,この差異を定数 α で表せば,

$$A_{x+1} - A_x = A_x - A_{x-1} = \cdots = A_1 - A_0 = \alpha \tag{8}$$

となる。(8) の関連から A_x と A_0 の関係をたどれば,

$$A_x = A_0 + x\alpha \tag{9}$$

が得られる。$x = a + b$ を (9) に代入すれば,

$$A_{a+b} = A_0 + (a+b)\alpha$$

であるが,(2) と (3) から $A_{a+b} = 0$, $A_0 = 1$ であるために,

$$1 + (a+b)\alpha = 0$$

であり,$\alpha = -1/(a+b)$ である。$A_0 = 1$ と $\alpha = -1/(a+b)$ を (9) に代入すれば,

$$A_x = 1 - x/(a+b) \tag{10}$$

が得られる。したがって $x = a$ から出発し A に到達する確率は

$$A_a = 1 - a/(a+b)$$

$$=b／(a+b) \tag{11}$$

となる。

同様に $p=q=1／2$ であれば，(7) より，

$$B_{x+1}-B_x=B_x-B_{x-1}=\cdots=B_1-B_0$$

であり，1円の移動による B への到達可能性の差異はすべて同じであり，この差異を定数 β で表せば，

$$B_{x+1}-B_x=B_x-B_{x-1}=\cdots=B_1-B_0=\beta \tag{12}$$

になる。(12) の関連から B_x と B_0 の関係をたどれば，

$$B_x=B_0+x\beta \tag{13}$$

が得られる。$x=a+b$ を (13) に代入すれば，

$$B_{a+b}=B_0+(a+b)\beta$$

であるが，(2) と (3) から $B_{a+b}=1$, $B_0=0$ であるために，

$$(a+b)\beta=1$$

であり，$\beta=1／(a+b)$ である。$B_0=0$ と $\beta=1／(a+b)$ を (13) に代入すれば，

$$B_x=x／(a+b) \tag{14}$$

が得られる。したがって $x=a$ から出発し B に到達する確率は

$$B_a=a／(a+b) \tag{15}$$

になる。

(11) と (15) を (1) に代入すれば，$R_x=0$ であり，多数の上下波動の後に A と B の間にドル価格がとどまる可能性は存在しないことがわかる。

2−2. p≠qの場合

まず A に到達する可能性を考える，(6) より

$$q(A_x-A_{x-1})=p(A_{x+1}-A_x) \tag{6}$$

の関係が存在するために，A の位置から順次 A と B の間にあるドル価格 x まで移動する可能性に注目すれば，

$$q^x \prod_{k=1}^{x}(A_k - A_{k-1}) = p^x \prod_{k=1}^{x}(A_{k+1} - A_k) \tag{16}$$

が成立する。Π は 1 円きざみの確率を順次乗じて行くことを表している。(16) の両辺には $(A_k - A_{k-1})$ の同じ値が多数含まれているために，これらを約し，(3) の $A_0 = 1$ を考慮すれば，

$$A_{x+1} - A_x = \left(\frac{q}{p}\right)^x (A_1 - 1) \tag{17}$$

が得られる。

(17) は $(A_{x+1} - A_x)$ に示されているように，ドル価格の位置 x と $x+1$ との 1 円の移動による A に達する可能性の差異を表しているが，x から $a+b$ に移動するまでの位置での A に達する可能性は，x から $a+b$ に移動するまでの 1 円きざみの位置における A に達する可能性の合計として計算される。すなわち

$$A_{a+b} - A_x = \sum_{k=x}^{a+b-1}(A_{k+1} - A_k) \tag{18}$$

である。(18) に (17) の関係を代入すれば，

$$A_{a+b} - A_x = \sum_{k=x}^{a+b-1}\left(\frac{q}{p}\right)^x (A_1 - 1) \tag{19}$$

であり，(19) の右辺を順次表せば，

$$A_{a+b} - A_x = (A_1 - 1)\left\{\left(\frac{q}{p}\right)^x + \left(\frac{q}{p}\right)^{x+1} + \cdots + \left(\frac{q}{p}\right)^{a+b-1-x}\right\} \tag{20}$$

となる。右辺は等比級数の和であり[1]，(20) は

(1) 初項が a，公比が r であるとき，等比級数は

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + \cdots + ar^{n-1} + \cdots$$

であるが，この a から ar^{n-1} までの n 項の部分和は

$$S_n = a\frac{1-r^n}{1-r} \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

である。(20) の初項は

$$(A_1 - 1)\left(\frac{q}{p}\right)^x$$

であり，公比は (q/p) であるために，(20) の $(a+b-x)$ 項の和は

$$S_n = (A_1 - 1)\left(\frac{q}{p}\right)^x \left\{\frac{1-(q/p)^{a+b-x}}{1-(q/p)}\right\}$$

となる。

$$A_{a+b}-A_x=(A_1-1)\left(\frac{q}{p}\right)^x\left\{\frac{1-(q/p)^{a+b-x}}{1-(q/p)}\right\} \tag{21}$$

となる。(21) を整理すれば,

$$A_{a+b}-A_x=(A_1-1)\left\{\frac{(q/p)^x-(q/p)^{a+b}}{1-(q/p)}\right\} \tag{22}$$

である。

ここで (2) より $A_{a+b}=0$ であるために, (22) は

$$A_x=(1-A_1)\left\{\frac{(q/p)^x-(q/p)^{a+b}}{1-(q/p)}\right\} \tag{23}$$

となる。もし x が 0, すなわち A の位置にあれば, $A_x=A_0$ であり, (3) より $A_0=1$ であるために,

$$1=(1-A_1)\left\{\frac{(q/p)^0-(q/p)^{a+b}}{1-(q/p)}\right\} \tag{24}$$

となる。(23) と (24) の二式から A_1 を消去すれば[(2)],

$$A_x=\frac{(q/p)^x-(q/p)^{a+b}}{1-(q/p)^{a+b}} \tag{25}$$

となる。

したがって x が a の位置から出発し A に達する可能性 A_a は,

$$A_a=\frac{(q/p)^a-(q/p)^{a+b}}{1-(q/p)^{a+b}} \tag{26}$$

---

(2) (24) から

$$1-A_1=\left\{\frac{1-(q/p)}{(q/p)^0-(q/p)^{a+b}}\right\} \tag{1}$$

であり, (1) を (23) に代入すれば, $(q/p)^0=1$ より

$$A_x=\left\{\frac{1-(q/p)}{1-(q/p)^{a+b}}\right\}\left\{\frac{(q/p)^x-(q/p)^{a+b}}{1-(q/p)}\right\}$$

となり, 整理すれば,

$$A_x=\frac{(q/p)^x-(q/p)^{a+b}}{1-(q/p)^{a+b}} \tag{2}$$

を得る。

であり，(26) を整理すれば[3]，

$$A_a = \frac{1-(p/q)^b}{1-(p/q)^{a+b}} \tag{27}$$

である。

次に B に達する可能性を考える，(7) より

$$q(B_x - B_{x-1}) = p(B_{x+1} - B_x) \tag{7}$$

の関係が存在するために，A の位置から順次 A と B の間にあるドル価格 x まで移動する可能性に注目すれば，

$$q^x \prod_{k=1}^{x}(B_k - B_{k-1}) = p^x \prod_{k=1}^{x}(B_{k+1} - B_k) \tag{28}$$

が成立する。Π は 1 円きざみの確率を順次乗じて行くことを表している。(28) の両辺には $(B_k - B_{k-1})$ の同じ値が多数含まれているために，これらを約し，(3) の $B_0 = 0$ を考慮すれば，

$$B_{x+1} - B_x = \left(\frac{q}{p}\right)^x B_1 \tag{29}$$

が得られる。

(29) は $(B_{x+1} - B_x)$ に示されているように，ドル価格の位置 x と $x+1$ との 1 円の移動による B に達する可能性の差異を表しているが，x から $a+b$ に移動するまでの位置での B に達する可能性は，x から $a+b$ に移動するまでの 1 円きざみの位置における B に達する可能性の合計として計算される。すなわち

$$B_{a+b} - B_x = \sum_{k=x}^{a+b-1}(B_{k+1} - B_k) \tag{30}$$

である。(30) に (29) の関係を代入すれば，

$$B_{a+b} - B_x = \sum_{k=x}^{a+b-1}\left(\frac{q}{p}\right)^k B_1 \tag{31}$$

---

(3) $A_a = \dfrac{(q/p)^a - (q/p)^{a+b}}{1-(q/p)^{a+b}} = \dfrac{q^a p^b - q^{a+b}}{p^{a+b} - q^{a+b}}$

$= \dfrac{1-(p/q)^b}{1-(p/q)^{a+b}}$

となる。

であり，(31) の右辺を順次表せば，

$$B_{a+b}-B_x=B_1\left\{\left(\frac{q}{p}\right)^x+\left(\frac{q}{p}\right)^{x+1}+\cdots+\left(\frac{q}{p}\right)^{a+b-1-x}\right\} \tag{32}$$

となる。右辺は等比級数の和であり[(4)]，(32) は

$$B_{a+b}-B_x=B_1\left(\frac{q}{p}\right)^x\left\{\frac{1-(q/p)^{a+b-x}}{1-(q/p)}\right\} \tag{33}$$

となる。(33) を整理すれば，

$$B_{a+b}-B_x=B_1\left\{\frac{(q/p)^x-(q/p)^{a+b}}{1-(q/p)}\right\} \tag{34}$$

である。

ここで (2) より $B_{a+b}=1$ であるために，(34) は

$$B_x=1-B_1\left\{\frac{(q/p)^x-(q/p)^{a+b}}{1-(q/p)}\right\} \tag{35}$$

となる。もし x が 0，すなわち A の位置にあれば，$B_x=B_0$ で，(3) より $B_0=0$ であるために，(35) は

$$0=1-B_1\left\{\frac{(q/p)^0-(q/p)^{a+b}}{1-(q/p)}\right\} \tag{36}$$

となる。(35) と (36) の二式から B_1 を消去すれば[(5)]，

$$B_x=\frac{1-(q/p)^x}{1-(q/p)^{a+b}} \tag{37}$$

となる。

したがって x が a の位置から出発し B に達する可能性 Q_a は，

---

(4) (32) の初項は

$$B_1\left(\frac{q}{p}\right)^x$$

であり，公比は (q/p) であるために，(32) の $(a+b-x)$ 項の和は

$$S_n=B_1\left(\frac{q}{p}\right)^x\left\{\frac{1-(q/p)^{a+b-x}}{1-(q/p)}\right\}$$

となる。

$$B_a = \frac{1-(q/p)^a}{1-(q/p)^{a+b}} \tag{38}$$

である。

$p \neq q$ の場合に a から出発し多数の上下波動がくり返されるとき最終的に A と B の中間に落ち着く確率はどのような値になるであろうか。(1) から

$$A_a + B_a + R_a = 1 \tag{39}$$

であるが，$A_a + B_a$ は，(27) と (38) より，$A_a + B_a = 1$ となるために[6]，$R_a = 0$ となり，A と B の中間に落ち着く可能性は 0 である。

3. 目標値に達する可能性の計算

目標値に達する可能性を測定するための公式が得られたが，この公式はどのようなことを説明しているのであろうか。以下では公式が表現している内容を考え，その公式による計算を試みる。

---

(5) (36) から

$$B_1 = \left\{\frac{1-(q/p)}{(q/p)^0-(q/p)^{a+b}}\right\} \tag{1}$$

であり，(1) を (35) に代入すれば，$(q/p)^0 = 1$ より

$$\begin{aligned} B_x &= 1-\left\{\frac{1-(q/p)}{1-(q/p)^{a+b}}\right\}\left\{\frac{(q/p)^x-(q/p)^{a+b}}{1-(q/p)}\right\} \\ &= 1-\left\{\frac{(q/p)^x-(q/p)^{a+b}}{1-(q/p)^{a+b}}\right\} \\ &= \frac{1-(q/p)^x}{1-(q/p)^{a+b}} \end{aligned} \tag{2}$$

を得る。

(6) (27) と (38) より，

$$\begin{aligned} A_a + B_a &= \frac{1-(p/q)^b}{1-(p/q)^{a+b}} + \frac{1-(q/p)^a}{1-(q/p)^{a+b}} \\ &= \frac{q^{a+b}-q^a p^b}{q^{a+b}-p^{a+b}} + \frac{p^{a+b}-q^a p^b}{p^{a+b}-q^{a+b}} \\ &= \frac{q^{a+b}-q^a p^b - p^{a+b} + q^a p^b}{q^{a+b}-p^{a+b}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

となる。

3－1. 公式の内容

$p=q=1/2$ の場合の A と B に達するそれぞれの可能性は

$$A_a=b/(a+b) \tag{11}$$

$$B_a=a/(a+b) \tag{15}$$

であるが，上下波動が等しい確率で維持されているさいには，A と B に達する可能性は出発点の位置が大きく影響していることがわかる。A が1ドル＝80円，B が1ドル＝160円であれば，$a+b=80$ 円であるが，出発点の a と b の値によって A と B に達する可能性は大きく相違する。$a+b$ の大きさを決める目標値 A と B の位置も重要であるが，1円きざみで上下し，多数の波動の後に最終的に目標値 A と B に達する可能性は a，b と $a+b$ の比率に依存していることが示されている。したがって A と B の位置よりも，A と B の中間にある出発点の位置が目標値に達する可能性を左右する。

$p\neq q$ の場合は A と B に達するそれぞれの可能性は

$$A_a=\frac{1-(p/q)^b}{1-(p/q)^{a+b}} \tag{27}$$

$$B_a=\frac{1-(q/p)^a}{1-(q/p)^{a+b}} \tag{38}$$

であるが，A と B に達する可能性は出発点の位置と同時に上下に移動する確率に大きく影響される。a と b は分析目標である A と B によって変化し，現在1ドルが120円であれば，目標値 A と B を80円と160円に設定するか100円と140円に設定するかによって，a と b が40と40か20と20かに変わり，同じ上下波動の確率であれば，A と B に達する可能性は大きく相違する。

また A，B や a，b が同じでも p，q が異なれば，A と B に達する可能性は異なる。もし $p<q$ であり，上昇する確率 p が低下する確率 q に比べて極めて小さければ，p/q は0に近づき，a や b の値にかかわらず $(p/q)^b$ や $(p/q)^{a+b}$ は0に近づくために，A が達成される可能性 A_a は1に近づく。逆に $p>q$ であり，上昇する確率 p が低下する確率 q に比べて極めて大きければ，q/p は0に近づ

き，a や b の値にかかわらず（q／p）^{a} や（q／p）$^{a+b}$ は 0 に近づくために，B が達成される可能性 B_a は 1 に近づく。

p と q が比較的近い値であれば A と B の間隔 $a+b$ の大きさや出発点 a と b の相対的な位置が目標値到達に大きく影響する。

3－2. 計算例

A が 80 円，B が 160 円のとき出発する位置と上下波動の確率によって A，B に達する可能性はどのように変わるであろうか。また目標値が異なれば A，B に達する可能性はどのように変化するであろうか。以下はその計算例である。S は出発点のドル価格を表している。

上昇確率 低下確率	p =47% q =53%	p =48% q =52%	p =49% q =51%	p =50% q =50%	p =51% q =49%	p =52% q =48%	p =53% q =47%
目標値 ：A =80 円，B =160 円							
S :100 円							
A_{20}	0.9993	0.9934	0.9479	0.7500	0.4260	0.2005	0.0903
B_{20}	0.0007	0.0064	0.0521	0.2500	0.5740	0.7995	0.9097
S :120 円							
A_{40}	0.9919	0.9609	0.8320	0.5000	0.1680	0.0391	0.0081
B_{40}	0.0081	0.0391	0.1680	0.5000	0.8320	0.9609	0.9919
S :140 円							
A_{60}	0.9096	0.7995	0.5740	0.2500	0.0521	0.0066	0.0007
B_{60}	0.0904	0.2005	0.4260	0.7500	0.9479	0.9934	0.9993
目標値: A =100 円，B =140 円							
S :110 円							
A_{10}	0.9808	0.9479	0.8756	0.7500	0.5870	0.4259	0.2949
B_{10}	0.0192	0.0521	0.1244	0.2500	0.4130	0.5741	0.7051
S :120 円							
A_{20}	0.9170	0.8321	0.6899	0.500	0.3101	0.1679	0.0829
B_{20}	0.0830	0.1679	0.3101	0.500	0.6899	0.8321	0.9171
S :130 円							
A_{30}	0.7050	0.5741	0.4130	0.2500	0.1244	0.0521	0.0192
B_{30}	0.2950	0.4259	0.5870	0.7500	0.8756	0.9479	0.9808

参考文献

Allen, Helen, and Mark P. Taylor, “Charts, Noise and Fundamentals in the London Foreign Exchange Market”, Economic Journal, 100(1990), 49–59.

Calvo, Guillermo A., and Carmen M. Reinhart, “Fear of Floating”, Quarterly Journal of Economics, 117(2002), 379–408.

Christoffersen, Peter F., and Francis X. Diebold, “How Relevant is Volatility Forecasting for Financial Risk Management?”, Review of Economics and Statistics, 82(2000), 12–22.

De Long, J. Bradford, Andrei Shleifer, Lawrence H. Summers and Robert J. Waldmann, “The Survival of Noise Traders in Financial Markets,” Journal of Business, 64(1991), 1–19.

Dornbusch, Rudiger, “Exchange Rate Economics: 1986”, Economic Journal, 97(1987), 1–18.

Evans, Martin D. D. “FX Trading and Exchange Rate Dynamics”, Journal of Finance, 57(2002), 2405–47.

Jeanne, Olivier, and Andrew K. Rose, “Noise Trading and Exchange Rate Regimes”, Quarterly Journal of Economics, 117(2002), 537–69.

Jones, Michael, “Optimal Foreign Exchange Market Intervention: Evidence from the Bretton Woods Era”, Review of Economics and Statistics, 66(1984), 242–55.

Lothian, James R. and Mark P. Taylor, “Real Exchange Rate Behavior: the Recent Float from the Perspective of the Past”, Journal of Political Economy, 104(1996), 488–509.

Miller, Marcus, and Paul Weller, “Exchange Rate Bands with Price Inertia”, Economic Journal, 101(1991), 1380–99.

Pesaran, B. and G. Robinson, “The European Exchange Rate Mechanism and the Volatility of the Sterling-Deutschemark Exchange Rate”, Economic Journal, 103(1993), 1418–31.

Trueman, Brett, “A Theory of Noise Trading in Securities Markets,” Journal of Finance, 43(1988), 83–95.

Williamson, John, “Exchange Rate Management”, Economic Journal, 103(1993), 188–97.