

心理学研究における一部実施実験計画法について

—ラテン方格、グレコ・ラテン方格、直交表—

Fractional Experimental Design in Psychological Studies

—Latin Square, Graeco-Latin Square and Orthogonal Table—

菅 千 索

Sensaku SUGA

(心理学教室)

2005年10月4日受理

はじめに

測定対象の特性値である従属変数（比例尺度または間隔尺度）の変動に対して、それと「関係」があると予想される独立変数（名義尺度）の効果を推測統計学的に検討することが分散分析（analysis of variance）の目的である。ここでは従属変数（dependent variable）のことを測定値、独立変数（independent variable）のことを要因（factor）、さらには独立変数がとる名義尺度水準の値のことを水準（level）とよぶことにすれば、分散分析とは要因における水準の違いが測定値の変動にどう「影響」しているかを調べることだといえる。一方、分散分析を行うために必要なデータを、実際にどのようにして収集するかについて定めるのが実験計画（experimental design）であり、分散分析とはいわば表裏一体の関係をなしている。

さて測定値とは、まさにその研究で議論しようとしている内容そのものであり、最小の基本単位となる実験計画（すなわち分散分析）では1変数である。たとえば、数学の学力の研究においては標準学力検査の得点が、また短距離走の研究では体力測定での50m走の所要時間などが測定値となる。そして学力の高い低いや短距離走の速い遅いといった個人差と「関係」していると考えられる個人のその他の特徴の違い、たとえば知能の高低や学習環境の優劣、または身長の高低や瞬発力の大小などが要因となりうる。そして単独の実験計画においては、測定値は1つだけに限定されるが、同時に複数の要因を扱うことは可能であり、要因が1つだけしかないものは1要因計画（single-factor design）、また要因が2つ以上ある場合は総称して多要因計画（multi-factor design）とよばれている。

ある1組の実験において仮説から複数の要因が導かれている場合、①1要因計画を繰り返す方法、②規模の小さい多要因計画に分割する方法、③1度にすべてを多要因計画に含める方法の3通りが考えられる。これらの実験計画の違いについては菅(2004)で詳しく論じられているが、そのなかでも①と③の差異について

要約すると以下のようなになる。まず1要因計画を繰り返す方法においては、2要因以上の組み合わせによって生じる交互作用（interaction）を直接は取り扱えないという問題がある。2要因の分散分析の結果において交互作用が有意であるということは、一方の要因における主効果（main effect）の傾向が、他方の要因の水準によって異なるという意味であるから、このような状況下においては、1要因ごとの主効果だけを順番に論じることはあまり意味がない。さらにデータの有効利用、換言すれば実験の効率化という点においても1要因計画を繰り返す方法は有利ではない。1要因計画の場合は1つのデータは、その要因の水準間比較にしか利用されないが、たとえば2要因計画での1つのデータは両方の要因の水準間比較に使われるのである。すなわち1要因計画における各データは1元（single-way）であるのに対して、多要因計画では多元（multi-way）となっており、同じ実験精度を求めるならば、多要因計画の方が全体の実施規模を小さくすることが可能である。

一方、多要因計画を各要因のすべての水準について、全組み合わせでデータを収集するとすれば、要因数や水準数の増加に伴って実験規模は急激に大きくなってしまふ。たとえば 2×2 の2要因計画ならば細胞（cell）数は4であるが、 $3 \times 3 \times 3$ の3要因計画で27、 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ の5要因計画では32となる。さらには、このように全データを収集すると、細胞内に2つ以上のデータが存在すれば最高次まで、また1つであれば最高次を除く交互作用がすべて検出可能であるが、このことは必ずしも長所とはいえない場合も少なくない。たとえば、3要因からなる2次交互作用が有意であったとすれば、任意の2要因による1次交互作用の傾向が、残りの要因の水準によって異なるという意味であるが、このことを実際の研究内容に即して解釈し、また考察することは容易でない。一般に交互作用が有意な場合には主効果よりも優先して取り扱われるべきであり、かつ、より高次の交互作用は低次の交互作用よりも重視されるというのが分散分析での

基本原則である。したがって、要因数の多い多要因計画においては、高次の交互作用が有意であったとき、その取り扱いに苦しむことになるし、逆にそれが有意でなければ、前述②のような少ない要因数の多要因計画に分割する方法でも特に問題は起こらない。

そこで多要因計画でありながら、すべての交互作用、または一部の高次交互作用は有意でないと仮定し、全組み合わせではなく、系統的に割愛して残ったデータだけを収集する方法が考案されてきた。その代表的な手法がラテン方格法、グレコ・ラテン方格法、直交表による方法などであり、一部実施法とか一部実施実験計画法 (fractional experimental design) とよばれている。そこで本論では、これらの方法について心理学研究への適用という観点から詳しく検討してみたい。

ラテン方格法

n を 2 以上の整数として、 n 行 n 列である正方形の升目 (碁盤の目) を用意し、その上に n 種類の記号 (通常はラテン文字) を n 個ずつ並べたとき、どの行にも、どの列にも同じ記号が 1 度しか現れないものをラテン方格という (Fig. 1)。そのラテン方格のなかでも第 1 行および第 1 列がともに記号順になっているものは標準方格とよばれており、 2×2 および 3×3 では 1 種類であるが、 4×4 では 4 種類、 5×5 では 56 種類あることが知られている。さらに、標準方格の行と列を入れ替えて作れるものを含めると、 2×2 では 2 個、 3×3 では 12 個、 4×4 では 576 個、 5×5 では 161,280 個になることがわかっている。なお、このラテン方格を実験計画に利用する際、 $n=2$ ではデータ数が不足するため使用できないが、 $n>2$ であれば上記のように複数存在する方格のいずれを使っても構わない。

ラテン方格法 (Latin square method) は 3 要因計画であり、行と列と記号に 3 つの要因が割り付けられる。したがって、各要因の水準数は 3 以上で、かつ、すべて等しくなければならないという制約がある。具体的に示せば $3 \times 3 \times 3$ 、 $4 \times 4 \times 4$ 、 $5 \times 5 \times 5$ 、

Fig. 1 標準ラテン方格の例 ($n=3 \sim 6$)

$6 \times 6 \times 6$ 、 \dots などの 3 要因計画となる。ここで水準数を n として行に要因 A、列に要因 B、記号 (ラテン文字) に要因 C を割り付けたとすれば、実際に収集せねばならない測定値は行 \times 列の n^2 である。一方、この 3 要因計画においてすべてのデータを集めるとすれば n^3 であり、ラテン方格法によるデータ数は $1/n$ になっている。したがって、水準数 n が大きいほどラテン方格法の節約率は高いといえる。

ラテン方格法による分散分析の変動因は主効果 A、B、C と残差 R であり、

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_C + SS_R$$

と表すことができる。一方、細胞の大きさが 1 ですべての組み合わせでデータを収集した場合は、

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_C + SS_{A \times B} + SS_{A \times C} + SS_{B \times C} + SS_R$$

であり、ラテン方格法では交互作用 $A \times B$ 、 $A \times C$ 、 $B \times C$ が検出されていないことになる。逆にいえば、これらの交互作用が相殺されるような形で、データの $1/n$ を割愛したのがラテン方格法なのである。

ラテン方格法の実例として、生沢 (1977) で紹介されている図形認知の研究を紹介しておく。行には 4 種類の図形 A_1, A_2, A_3, A_4 、列には 4 種類の呈示様式 (カラー写真 B_1 、白黒写真 B_2 、線画 B_3 、シルエット図 B_4)、記号には被験児 4 名 C_1, C_2, C_3, C_4 を割り付けている。したがって要因 A と B は実験要因、要因 C は被験者要因である。そして被験児には図形の瞬間露出が反復され、何回目の呈示で正しく認知されたかが測定された。この課題はラテン方格法で行われたため、ひとりの被験児は同じ図形は 1 度しか見ていない。一方、すべての組み合わせで実験すれば 4 度見ることになるが、瞬間視においては、一度認知できれば 2 回目はすぐわかるため、このような方法が採用されたという。

統計パッケージ SPSS 13.0 Windows 版 (以下、単に SPSS と記す) を用いてラテン方格法の分散分析を行

	Y	A	B	C
1	3.00	1	1	1
2	3.00	1	2	2
3	3.00	1	3	3
4	2.00	1	4	4
5	2.00	2	1	4
6	3.00	2	2	1
7	3.00	2	3	2
8	3.00	2	4	3
9	4.00	3	1	3
10	2.00	3	2	4
11	2.00	3	3	1
12	2.00	3	4	2
13	3.00	4	1	2
14	4.00	4	2	3
15	2.00	4	3	4
16	3.00	4	4	1

Fig. 2 SPSS へのラテン方格法のデータ入力例

Table 1 SPSSでのラテン方格法の分析結果

被験者間効果の検定

ソース	タイプ III 平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率
修正モデル	6.000 ^a	9	.667	4.000	.053
切片	121.000	1	121.000	726.000	.000
A	.500	3	.167	1.000	.455
B	1.000	3	.333	2.000	.216
C	4.500	3	1.500	9.000	.012
誤差	1.000	6	.167		
総和	128.000	16			
修正総和	7.000	15			

a. R2乗 = .857 (調整済みR2乗 = .643)

手順は以下の通りである。まず、データは通常の3要因完全無作為化法（細胞の大きさは1）と同様で、たとえば測定値を変数Y、3要因を変数A、B、CなどとしてFig. 2のように入力しておく。①メニューバーから[分析]>[線形モデル]>[1変量]の順に選択していく。②『1変量』の入力フォームで{従属変数}に変数Y、{固定因子}に変数A、B、Cを指定する（目的の変数名をクリックで反転表示し、該当する項目の「矢印」ボタンを押す）。そして「モデル」ボタンを押す。③『1変量：モデル』の入力フォームで「ユーザの指定による」ラジオボタンにチェックを入れる。そして項の構築を「主効果」として変数A、B、Cを{モデル}に入れる。そして「続行」ボタンを押す。④『1変量』の入力フォームに戻って「OK」ボタンを押す。SPSSによる分析結果をTable 1に示すが、当然のことながら生沢(1977)と一致している。なお、一般的なラテン方格法の分散分析表をTable 2に示しておく。

このようにSPSSを用いれば簡単に解を求めることができるが、ここではラテン方格法の特徴をより明らかにするために、このデータを3要因完全無作為化法で分析してみることにする。ところが、データ構造と分析モデルが一致しないため、統計パッケージではエラー終了するか無意味な解しか得られない。また、一般の統計書で紹介されている修正項 (correction factor) などを使う簡便な計算法では対応できないため、分散分析の基本公式に立ち戻って手計算しなければならない。その分析結果をTable 3に示すが、主効果に

ついては特に問題はなくて、両者の結果は一致している。一方、2要因(1次)交互作用は、見かけ上のデータ数が揃っているため計算されているが、関連する主効果を減じる以前の変動は3つとも同じであり(いずれもすべて同じ16個の全データを使って計算されている)、この値に意味があるとは考えられない。さらに3要因(2次)交互作用にいたっては、平方和と自由度が負になっているが、これは本来64(4×4×4)個のデータが必要なところに16個しかないためである。なお、ここでの残差の平方和と自由度が0となっているのは、細胞の大きさが1であるためであり、これは正しい結果である。一方、ここで注目しておきたいのは、2要因交互作用と3要因交互作用の平方和と自由度をそれぞれ加えれば、ラテン方格法での残差(Table 1)と一致している点で、これこそがラテン方格法の特徴をよく表しているといえる。すなわち、すべての交互作用は有意でない(換言すれば、無作為である)と仮定することで、その変動を誤差項として3つの主効果を検定しているのである。

参考までにSPSSなどのようにラテン方格法を直接扱える場合はよいが、そうでなければ以下の方法で簡単に計算することができる。そのためには、まず最初に要因A、B、Cをそれぞれ1要因として分散分析を3度行う(Table 4)。その場合のそれぞれの主効果がラテン方格法と変わらない点はすでに述べた通りである。また、全体の変動は3つの分析結果とも同一であり、さらにラテン方格法とも一致する。したがって、

Table 2 ラテン方格法の分散分析表

変動因	平方和	自由度	平均平方	F
主効果 A (行)	SS_A	$df_A = n - 1$	$MS_A = SS_A / df_A$	$F_A = MS_A / MS_R$
主効果 B (列)	SS_B	$df_B = n - 1$	$MS_B = SS_B / df_B$	$F_B = MS_B / MS_R$
主効果 C (ラテン文字)	SS_C	$df_C = n - 1$	$MS_C = SS_C / df_C$	$F_C = MS_C / MS_R$
残差 R	SS_R	$df_R = (n - 1)(n - 2)$	$MS_R = SS_R / df_R$	
全体 T	SS_T	$df_T = n^2 - 1$		

Table 3 完全無作為化法による平方和と自由度

変動因	平方和	自由度
主効果A	0.50	3
主効果B	1.00	3
主効果C	4.50	3
交互作用A×B	5.50	9
交互作用A×C	2.00	9
交互作用B×C	1.50	9
交互作用A×B×C	-8.00	-21
残差R	0.00	0
全体T	7.00	15

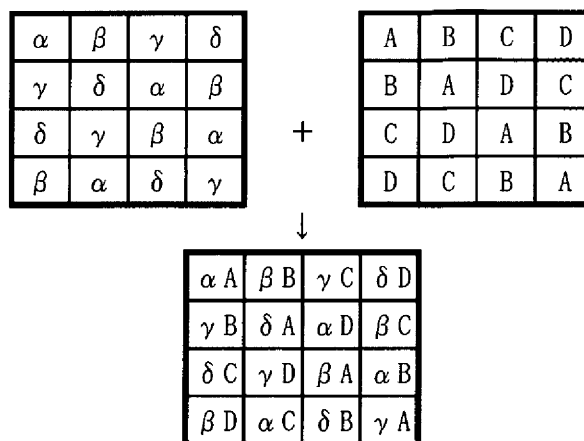


Fig. 3 グレコ・ラテン方格の例 (n=4)

この全体の変動から3つの主効果を減じればラテン方格法での残差が得られることになる。その後は平方和を自由度で割って平均平方を求め、残差の平均平方を分母、各主効果の平均平方を分子としてF値を求めて検定すればよい。なお、ラテン方格法における変量効果モデル (random effect model) の問題については、生沢(1977)によって「ラテン方格配置の検定は、2要因まで変量効果模型であっても検定でき、しかも、計算はまったく同一なので、区別を無視しても差し支えない (p.139)」と述べられている。

グレコ・ラテン方格法

大きさが等しい2つのラテン方格があり、両者を区別するために片方の記号をギリシャ文字、もう一方の記号をラテン文字とする。この2つの方格を重ね合わ

せてできるラテン文字とギリシャ文字の組み合わせに注目し(たとえばαA, αBなど)、それらを新たな記号と考えるとき、同じ文字の組み合わせが1つしか現れないものをグレコ・ラテン方格または直交ラテン方格という (Fig. 3)。ただし、2×2と6×6のグレコ・ラテン方格は存在しないことが知られている。また、n=3の場合は残差の平方和と自由度はともに0となり、検定不能になってしまうため、実験計画では利用できない。

グレコ・ラテン方格法 (Graeco-Latin square method) は4要因計画であり、行と列とギリシャ文字とラテン文字に4つの要因が割り付けられる。したがって、各要因の水準数は6を除く4以上で、かつ、すべて等しくなければならないという制約がある。具体的に示せば、4×4×4×4、5×5×5×5、7×7×7×7、…などの4要因計画である。ここで水準

Table 4 SPSSでの1要因ごとの分散分析の結果 (上から要因A, B, Cの順)

分散分析					
Y	平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率
グループ間	.500	3	.167	.308	.819
グループ内	6.500	12	.542		
合計	7.000	15			

分散分析					
Y	平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率
グループ間	1.000	3	.333	.667	.588
グループ内	6.000	12	.500		
合計	7.000	15			

分散分析					
Y	平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率
グループ間	4.500	3	1.500	7.200	.005
グループ内	2.500	12	.208		
合計	7.000	15			

注: F 値と有意確率は誤差項が異なるため正しいラテン方格法の結果とは一致しない

Table 5 グレコ・ラテン方格法の分散分析表

変動因	平方和	自由度	平均平方	F
主効果 A (行)	SS_A	$df_A = n - 1$	$MS_A = SS_A / df_A$	$F_A = MS_A / MS_R$
主効果 B (列)	SS_B	$df_B = n - 1$	$MS_B = SS_B / df_B$	$F_B = MS_B / MS_R$
主効果 C (ギリシャ文字)	SS_C	$df_C = n - 1$	$MS_C = SS_C / df_C$	$F_C = MS_C / MS_R$
主効果 D (ラテン文字)	SS_D	$df_D = n - 1$	$MS_D = SS_D / df_D$	$F_D = MS_D / MS_R$
残差 R	SS_R	$df_R = (n - 1)(n - 3)$	$MS_R = SS_R / df_R$	
全体 T	SS_T	$df_T = n^2 - 1$		

数を n として行に要因 A、列に要因 B、ギリシャ文字に要因 C、ラテン文字に要因 D を割り付けたとすれば、実際に収集せねばならない測定値は行×列の n^2 だけである。一方、この 4 要因計画においてすべてのデータを集めるとすれば n^4 であり、グレコ・ラテン方格法によるデータ数はその $1/n^2$ になっている。すなわち、 n が同じであれば、3 要因と同じデータ数で 4 要因の主効果が検定できるという大変有利な方法である。

グレコ・ラテン方格法による平方和の分解は、

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_C + SS_D + SS_R$$

であり、分散分析表を Table 5 に示すが、ラテン方格法の場合と同様にすべての交互作用はなく、残差を誤差項として 6 つの主効果が検定されている。また、SPSS による分析方法はラテン方格法と基本的には同じであり、要因 D のための変数が 1 つ増えて、その主効果をモデルに含めればよい。

直交表による方法

最初に述べたように多要因計画で要因数が多くなっていくと、実際にすべてのデータを集めることは大変困難になってくる。また、データがすべて揃っていると、すべての交互作用は検出可能であるが、高次の交

Table 6 $L_8(2^7)$ 直交表

行 番	列 番						
	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2
成 分 号	a	b	a	b	a	b	a
			b		c	c	c
群番号	1	2	2	3	3	3	3

互作用はないことも多く、その場合は無駄なデータまで収集していたことになる。また逆に、高次の交互作用が有意であったならば、結果の解釈や考察が困難となるケースも少なくない。これら実験規模や交互作用の問題を巧みに克服する方法として、すべてのデータは収集しないラテン方格法やグレコ・ラテン方格法が考案され、実際に使われてきた。しかし、すべての要因の水準数は等しくなければならず、ラテン方格法では 3 以上、グレコ・ラテン方格法では 6 を除く 4 以上という制約がある。最初から水準数がこの条件を満たしていればよいが、不足する場合や不揃いな場合に水準数を増減することは、それが不可能または不適切であることも多いと考えられる。また、水準数が 3 以上の要因において主効果が有意であったとき、いずれの水準間で有意な差があったかを知るためには事後検定（多重比較）が不可欠となるが、水準数が 2 の場合には両者に差があることは自明である。

また、交互作用がすべて有意でないという前提条件が先験的に受容可能ならば問題ないが、心理学研究においては高次の交互作用ならば、存在しないか、もし存在しても相対的に大きくないといった仮定は受け入れやすいが、低次の交互作用も一切ないと仮定することには無理が多いと予想される。こうした要因数と水準数に関する制約や交互作用についての仮定の問題を少しでも克服するために、ラテン方格法やグレコ・ラテン方格法を発展させる形で考案されたのが直交表を用いる実験計画法なのである。

ここでは Table 6 の 2 水準の直交表 ($L_8(2^7)$) についてまず調べておく。ここで 2 水準というのは、表の本体部分に現れる数字が 1 と 2 だけであるという意味である。この本体部分について任意の 2 列に注目すると、数字の可能なペアである (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2) の 4 つは、列の組み合わせすべてにおいて同じ回数ずつ (ここでは 2 回ずつ) 表れている。この性質から直交表とよばれているが、そのことをより明確に表現するためには、表の値 2 を -1 に置き換えてペアごとの積の総和を求めてみるとよい。(1, 1) と (-1, -1) は同符号で積は 1、(1, -1) と (-1, 1) は異符号で積は -1 であり、これらが同数ずつあるならば総和はつねに 0 となる。ここで各列を列ベクト

Table 7 交互作用がない割付表

行番	要因 (列番)						水準 組合せ	データ	
	A	B	C	4	D	6			7
1	1	1	1	1	1	1	1	$A_1B_1C_1D_1$	x_1
2	1	1	1	2	2	2	2	$A_1B_1C_1D_2$	x_2
3	1	2	2	1	1	2	2	$A_1B_2C_2D_1$	x_3
4	1	2	2	2	2	1	1	$A_1B_2C_2D_2$	x_4
5	2	1	2	1	2	1	2	$A_2B_1C_2D_2$	x_5
6	2	1	2	2	1	2	1	$A_2B_1C_2D_1$	x_6
7	2	2	1	1	2	2	1	$A_2B_2C_1D_2$	x_7
8	2	2	1	2	1	1	2	$A_2B_2C_1D_1$	x_8

ルと考えてみると、2つのベクトルで対応する値の積の総和は内積であり、それが0であるということは両者が直交していることになる(零ベクトルは除く)。列番には要因を割り付けることになり、行番は実験の整理番号である。なお、実際の実験は、この整理番号順ではなく、ランダムな順序で行われねばならない。成分記号は交互作用を扱う際に、また群番号は分割法を計画する際に使われる。

交互作用を含まないとき：2水準の直交表で4行3列のもの ($L_4(2^3)$) は2要因まで(データ数4)、8行7列のもの ($L_8(2^7)$) は6要因まで(データ数8)、さらに16行15列のもの ($L_{16}(2^{15})$) は14要因まで(データ数16) 扱うことができる。列すべてに要因を割り付けてしまうと、誤差項となるべき残差の平方和と自由度が0となってしまう、検定がまったく行えなくなる。ちなみに計算上の数字であるが、すべてが2水準である14要因計画で全部のデータを集めるとすれば16,384であり、2要因交互作用だけでも91、そして交互作用の総数は16,368となる。

交互作用がない場合は、各要因をどの列に割り当てるかはまったく自由で何ら制約はない。ここでは $L_8(2^7)$ を用いて $2 \times 2 \times 2 \times 2$ の4要因計画の一例を Table 7 に示すが、列番1, 2, 3, 5に要因A, B, C, Dを割り付けており、列番4, 6, 7が残差となっている。交互作用がない場合の平方和の分解は、

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_C + SS_D + SS_R$$

である。

交互作用を含むとき：まず、すでに述べた理由から変動因の総数、すなわち主効果と交互作用の合計は使用する直交表の列数-1以下でなければならない。逆にいえば、変動因の総数を超える列数をもつ直交表を用意する必要がある。そして各要因を割り付ける際には、含めたい交互作用が抽出できるよう成分記号に注目する。ここでは4要因計画で主効果A, B, C, Dのほか、交互作用 $A \times B$, $A \times C$ を検定した場合について考えてみたい (Table 8)。まず列番1 (成分記号a) に要因A、列番2 (同b) に要因Bを割り当てると、交互

Table 8 交互作用がある割付表 (仮想データ)

行番	要因 (列番)						水準 組合せ	データ	
	A	B(A*B)	C(A*C)	6	D				
1	1	1	1	1	1	1	1	$A_1B_1C_1D_1$	18
2	1	1	1	2	2	2	2	$A_1B_1C_2D_2$	21
3	1	2	2	1	1	2	2	$A_1B_2C_1D_2$	18
4	1	2	2	2	2	1	1	$A_1B_2C_2D_1$	25
5	2	1	2	1	2	1	2	$A_2B_1C_1D_2$	16
6	2	1	2	2	1	2	1	$A_2B_1C_2D_1$	22
7	2	2	1	1	2	2	1	$A_2B_2C_1D_1$	10
8	2	2	1	2	1	1	2	$A_2B_2C_2D_2$	11

成分 記号	a	a	a	a	
	b	b		b	b
		c	c	c	c

作用 $A \times B$ は列番3 (同ab) に「現れる」ことになる。ここでいう「現れる」というのは、手計算で交互作用項を求めるときに、この列の値 (1と2) が利用できるという意味であり、さらに重要なのは、この列に別の主効果を割り付けてしまうと交互作用が求められなくなるという点である。そこで列番3は使わないことにして列番4に要因Cを割り付けると、先と同様で交互作用 $A \times C$ は列番5に「現れて」くるので、この列も空けておかねばならない。最後の要因Dは列番6, 7のどちらかに割り付けても差異はなく、ここでは列番7に割り付けておいた。

ここでの説明では簡略化のため要因を示す大文字と成分記号を一致させておいたが、その制約下では交互作用 $A \times D$ などは扱えない。しかしながら成分記号には知っている大変便利な性質がある。それは成分記号の特殊な「掛け算」であり、 $a^2 = b^2 = c^2 = 1$ と定義しておいて成分記号の「積」を求める。ここでは要因Aは列番1で成分記号a、要因Dは列番7で同abcであり、 $a \times abc = a^2bc = bc$ となるから、成分記号がbcである列番6に交互作用 $A \times D$ が「現れる」ことがわかる。なお、交互作用を求めするためには、直交表に付属する交互作用表を用いる方法や、線点図とよばれている方法もあるが、心理学研究に応用するときは、成分記号の性質と扱い方について、正しく理解しておくだけで十分だ

	Y	A	B	C	D
1	18.0	1	1	1	1
2	21.0	1	1	2	2
3	18.0	1	2	1	2
4	25.0	1	2	2	1
5	16.0	2	1	1	2
6	22.0	2	1	2	1
7	10.0	2	2	1	1
8	11.0	2	2	2	2

Fig. 4 SPSSへの直交表による方法のデータ入力例

と考えられる。

つぎにTable 8の仮想データをSPSSで分析してみるが、それに先立つデータ入力Fig. 4のようになる。分析の基本的な流れはラテン方格法と同じであり、①メニューバーから[分析]>[線形モデル]>[1変量]の順に選択していく。②『1変量』の入力フォームで{従属変数}に変数Y、{固定因子}に変数A, B, C, Dを指定する(目的の変数名をクリックで反転表示し、該当する項目の「矢印」ボタンを押す)。そして「モデル」ボタンを押す。③『1変量:モデル』の入力フォームで「ユーザの指定による」ラジオボタンにチェックを入れる。そして項の構築を「主効果」として変数A, B, C, Dを、さらに「交互作用」にして変数の組み合わせA*BとA*Cを{モデル}に入れる(Fig. 5参照)。そして「続行」ボタンを押す。④『1変量』の入力フォームに戻って「OK」ボタンを押す。その分析結果はTable 9に示す通りである。

ラテン方格法の分析例、および、ここでの分析例から明らかなように、SPSSの『一般線形モデル:1変数』で分析を行う場合には、所与のデータがどのような実験計画から得られたものかを指定する必要はないし、当然そのためのオプション指定も存在しない。SPSSは読み込まれたデータをもとに計画行列を作成し、ユーザが「モデル」で指定した変動因に従って平方和と自由度を求めていくだけである。それゆえデータとモデルのあいだに矛盾が生じたとしても、ゼロ割りや平方根のなかが負といった計算不能のエラーに陥らない限り分析を続け、とくに問題点を指摘するようなことはない。したがって、分析結果が正確で妥当かという判断は、すべてユーザの責任ということになる。たとえば、すべての列番に変動因を割り付けてしまうと、誤差の平方和と自由度が0となるためF値と有意確率は計算されないから気がつくが、検出したい交互作用が「現れる」ため空けておかねばならない列番に

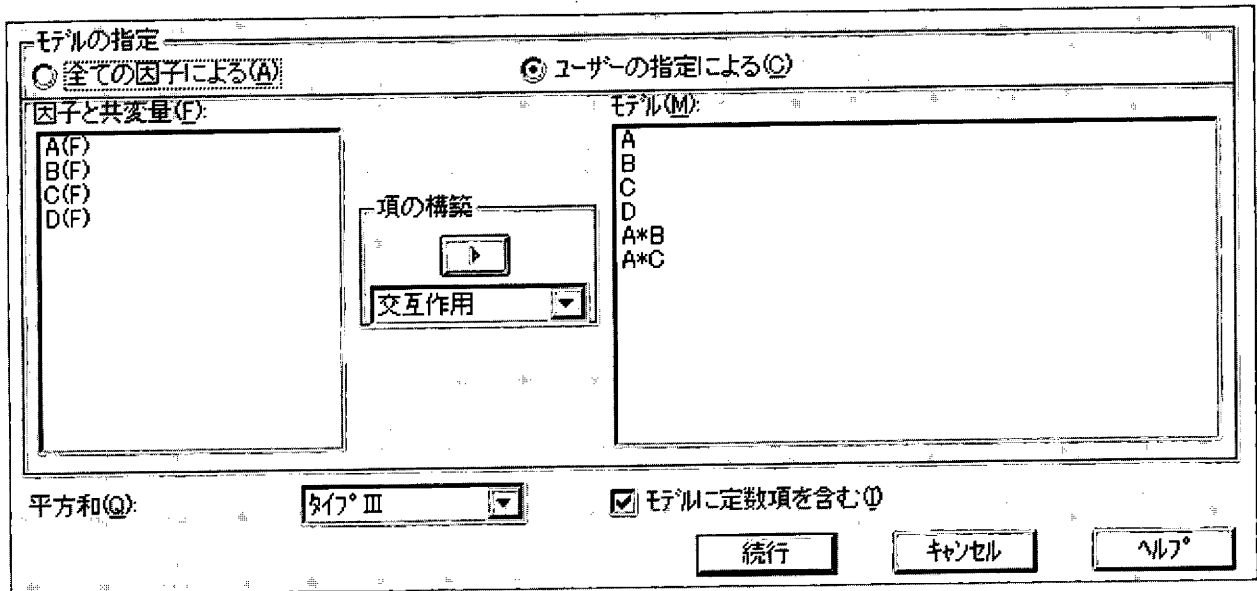


Fig.5 SPSSにおける変動因の指定方法 (Table 8の仮想データの場合)

Table 9 SPSSでの直交表による方法の分析結果 (Table 8の仮想データの場合)

被験者間効果の検定

従属変数: Y

ソース	タイプ III 平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率
修正モデル	189.750 ^a	6	31.625	253.000	.048
切片	2485.125	1	2485.125	19881.000	.005
A	66.125	1	66.125	529.000	.028
B	21.125	1	21.125	169.000	.049
C	36.125	1	36.125	289.000	.037
D	10.125	1	10.125	81.000	.070
A * B	55.125	1	55.125	441.000	.030
A * C	1.125	1	1.125	9.000	.205
誤差	.125	1	.125		
総和	2675.000	8			
修正総和	189.875	7			

a. R2乗 = .999 (調整済みR2乗 = .995)

Table10 直交表による方法の分散分析表 (Table 8 の仮想データの場合)

変動因	平方和	自由度	平均平方	F
主効果 A	SS_A	$df_A = 1$	$MS_A = SS_A / df_A$	$F_A = MS_A / MS_R$
主効果 B	SS_B	$df_B = 1$	$MS_B = SS_B / df_B$	$F_B = MS_B / MS_R$
主効果 C	SS_C	$df_C = 1$	$MS_C = SS_C / df_C$	$F_C = MS_C / MS_R$
主効果 D	SS_D	$df_D = 1$	$MS_D = SS_D / df_D$	$F_D = MS_D / MS_R$
交互作用 A × B	$SS_{A \times B}$	$df_{A \times B} = 1$	$MS_{A \times B} = SS_{A \times B} / df_{A \times B}$	$F_{A \times B} = MS_{A \times B} / MS_R$
交互作用 A × C	$SS_{A \times C}$	$df_{A \times C} = 1$	$MS_{A \times C} = SS_{A \times C} / df_{A \times C}$	$F_{A \times C} = MS_{A \times C} / MS_R$
残差 R	SS_R	$df_R = 1$	$MS_R = SS_R / df_R$	
全体 T	SS_T	$df_T = 7$		

主効果を割り付けても、その誤りが指摘されることは一切ないので特に注意が必要である。なお、ここでの分析についての分散分析表を参考のため Table 10 に示すが、直交表を用いると変動因は分析者がモデルで指定することになるため、それに応じて分散分析表も違って来る点に注意せねばならない。

まとめ

本論では交互作用の全部または一部が無視できるという条件下において、実験規模を縮小して研究を効率的に行うための手法について検討してきた。まず実験計画において要因数および水準数についての固有の制約が問題とはならず、かつ、すべての交互作用はないという前提条件が受け入れられる場合には、ラテン方格法やグレコ・ラテン方格法は大変有効な方法であった。とりわけ水準数が多くとれるため、1つの要因に被験者を割り付けて被験者要因とすることは、心理学研究において特に注目しておくべきであろう。しかしながら、これら2つの実験計画法に共通する制約条件は、現実にはかなり厳しいものであり、つねに利用可能とは限らないのである。

これに対して直交表による方法は、ラテン方格法やグレコ・ラテン方格法から発展してきたものだけあって、要因数や水準数、さらには交互作用に関しての制約が大きく改善されている。ここでは2水準の直交表だけしか論じなかったが、これを用いて直交性を保ったまま4水準または3水準の要因を含めることもできる。さらに、直交表には3水準のものがあり、2水準のときと同様で、原則的にはすべての要因が3水準でなければならないが、やはり適切な工夫をすることで2水準や9水準の要因も含めることが可能である。

また、交互作用についても直交表による方法ならば柔軟に対応可能である。とりわけ、仮説にしたがって特定の交互作用だけに注目できる点は効率がよい。一方、心理学研究において直交表を利用した研究は今ま

で決して多いとはいえないのが現状である。理工系を中心に発展してきた手法を、心理学研究など人文系に応用する際の問題点については、さらなる詳細な検討が必要であると考えられる。

引用文献

- 生沢雅夫 1977 実験計画 (社会科学・行動科学のための数学入門 7) 東京:新曜社.
菅 千索 2004 心理学研究における多要因計画について - 交互作用と一部実施法 - 和歌山大学教育学部紀要 - 教育科学 - 第54集 1-7.

参考文献

- 後藤宗理・大野木裕明・中澤 潤 2000 心理学マニュアル 要因計画法 京都:北大路書房.
石村貞夫 1992 分散分析のはなし 東京:東京図書.
石村貞夫 2002 SPSSによる分散分析と多重比較の手順 [第2版] 東京:東京図書.
岩原信九郎 1965 新訂版 教育と心理のための推計学 東京:日本文化科学社.
小牧純爾 2000 心理学実験の理論と計画 京都:ナカニシヤ出版.
廣津千尋 1976 分散分析 (新しい応用の数学 13) 東京:教育出版.
奥野忠一・芳賀敏郎 1969 実験計画法 (新統計学シリーズ 2) 東京:培風館.
大村 平 1984 実験計画と分散分析のはなし 東京:日科技連出版社.
芝 祐順・渡部 洋・石塚智一編 1984 統計用語辞典 東京:新曜社.
Solso, R. L., & Johnson, H. H. 1989 An Introduction to Experimental Design in Psychology, 4th ed. Harper Collins, Publisher Inc. 浅井邦二監訳 改訂心理学実験計画入門 東京:学芸社 (星雲社発売).
鷲尾泰俊 1997 実験計画法入門 (改訂版) 東京:日本規格協会.
Winer, B. J. 1971 Statistical Principles in Experimental Design 2nd ed. McGraw-Hill, Inc.